

MADRID · PAU 2018 · EXTRAORDINARIA

# Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

El examen incluye tabla  $N(0,1)$  como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 & \\ 3 & 4 & 5\alpha & \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 37/2 \\ 11 \end{pmatrix}$ , se pide:

a) 1,25 puntos

Discutir el rango de la matriz  $A$ , en función de los valores del parámetro  $\alpha$ .

b) 0,75 puntos

Para  $\alpha = 0$ , calcular, si es posible,  $A^{-1}$ .

c) 0,5 puntos

Resolver, si es posible, el sistema  $AX = B$ , en el caso  $\alpha = 1$ .

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x^3-4x}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$  y se pide:

a) 0,75 puntos

Estudiar la continuidad de  $f$  en  $x = 2$ .

b) 1 punto

Calcular las asíntotas horizontales de  $f(x)$ . ¿Hay alguna asíntota vertical?

c) 0,75 puntos

Calcular  $\int_0^2 f(x) dx$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función  $y = f(x)$ . Usando la información de la figura, se pide:

a) 0,5 puntos

Indicar los valores de  $f(-1)$  y  $f'(1)$ .

b) 1 punto

Justificar, usando límites laterales, si  $f$  es continua en los puntos  $x = -1$  y  $x = 0$ .

c) 0,5 puntos

Indicar razonadamente si  $f$  es derivable en los puntos  $x = -1$  y  $x = 0$ .

d) 0,5 puntos

Determinar el valor de  $\int_{-2}^0 f(x) dx$ .

## Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se consideran los vectores  $u = (-1, 2, 3)$ ,  $v = (2, 0, -1)$  y el punto  $A(-4, 4, 7)$ . Se pide:

a) 1 punto

Determinar un vector  $w_1$  que sea ortogonal a  $u$  y  $v$ , unitario y con tercera coordenada negativa.

b) 0,75 puntos

Hallar un vector no nulo  $w_2$  que sea combinación lineal de  $u$  y  $v$  y ortogonal a  $v$ .

c) 0,75 puntos

Determinar los vértices del paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores  $u$  y  $v$  y una de sus diagonales es el segmento  $OA$ .

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dados el punto  $P(0, -1, 1)$  y la recta  $r$ , que pasa por el punto  $Q(1, 0, 1)$  y tiene como vector director  $v = (0, 1, 2)$ , se pide:

a) 0,5 puntos

Hallar la ecuación implícita del plano que contiene a  $r$  y pasa por  $P$ .

b) 0,5 puntos

Encontrar el punto  $S$  contenido en  $r$  tal que el vector  $SP$  sea perpendicular a la recta  $r$ .

c) 1,5 puntos

Hallar el área del triángulo cuyos vértices son el punto  $P$  y dos puntos  $T_1, T_2$ , contenidos en la recta  $r$ , que están a distancia  $\sqrt{5}$  de  $P$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13,8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) 1 punto

¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?

b) 1,5 puntos

Cierto test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos de diabetes, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

La variable aleatoria  $X$  sigue una distribución normal de media  $\mu = 8,5$  y desviación típica  $\sigma = 2,5$ . Se pide:

a) 1,25 puntos

Calcular el valor  $a$  tal que  $P(X \leq a) = 0,05$ .

b) 1,25 puntos

Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9,3.