CASTILLA Y LEÓN · PAU 2021 · EXTRAORDINARIA

# Matemáticas II

10 ejercicios

**Instrucciones del examen**

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger libremente cinco ejercicios completos de los diez propuestos. Se expresará claramente cuales son los elegidos. Si se resolvieran más, sólo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados. 2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

## Ejercicio 1

2 puntos

a) Discutir según los valores del parámetro $\lambda$ el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-\lambda y=1 \\ 2x+\lambda z=1 \end{cases}$$

b) Resolverlo para $\lambda=1$.

**a)** 1,2 puntos

Discutir según los valores del parámetro $\lambda$ el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-\lambda y=1 \\ 2x+\lambda z=1 \end{cases}$$

**b)** 0,8 puntos

Resolverlo para $\lambda=1$.

## Ejercicio 2

2 puntos

Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $N=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, hallar la matriz $P$ que verifica que $M^{-1}PM=N$.

## Ejercicio 3

2 puntos

Dadas las rectas $r\equiv x=y+1=\frac{z-2}{2}$ y $s\equiv\begin{cases} 2x-z+3=0 \\ x-y+3=0 \end{cases}$, se pide:

**a)** 1 punto

Determinar la posición relativa de $r$ y $s$.

**b)** 1 punto

Hallar la ecuación del plano que contiene a $r$ y $s$.

Tu Profe al Rescate

## Ejercicio 4

2 puntos

Dada la recta $r \equiv x - 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$

**a)** 0,5 puntos

Calcular el plano $\pi_1$ que pasa por $A = (1, 2, 3)$ y es perpendicular a la recta $r$.

**b)** 1,5 puntos

Calcular el plano $\pi_2$ que pasa por $B = (-1, 1, -1)$ y contiene a la recta $r$.

## Ejercicio 5

2 puntos

Dada la función $f(x) = x^5 - 5x - 1$, determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus extremos relativos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión.

## Ejercicio 6

2 puntos

Calcular el valor de $m > 0$ para el cual se verifica que $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(mx)}{x^2} = 2$.

## Ejercicio 7

2 puntos

**a)** 1 punto

Estudiar la continuidad de la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & \text{si } \operatorname{sen} x \neq 0 \\ 0 & \text{si } \operatorname{sen} x = 0 \end{cases}$.

**b)** 1 punto

Calcular $\int x \ln(x^2)\, dx$.

## Ejercicio 8

2 puntos

Se considera la función $f(x) = x - \cos(x)$

**a)** 1 punto

Demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo $[0, \pi/2]$.

**b)** 1 punto

Probar que la ecuación $f(x) = 0$ solo puede tener una solución en el intervalo $[0, \pi/2]$, de modo que la solución del apartado anterior es la única.

Tu Profe al Rescate

## Ejercicio 9

2 puntos

Dentro de una caja hay bolas de varios colores que tienen todas el mismo tamaño y aspecto, siendo algunas de madera y las otras de metacrilato. Concretamente: • El 48% son blancas y entre ellas dos tercios son de madera. • El 24% son rojas, y de ellas las tres cuartas partes son de madera. • El 28% son verdes, de las cuales la mitad son de madera. Considerando los sucesos: $B = \text{"ser blanca"}$, $R = \text{"ser roja"}$, $V = \text{"ser verde"}$ y $M = \text{"ser de madera"}$

**a)** 0,3 puntos

Indicar cuales son los valores de $P(M/B)$, $P(M/R)$ y $P(M/V)$.

**b)** 0,7 puntos

Calcular la probabilidad de que al sacar al azar una de las bolas de la caja, sea de madera.

**c)** 1 punto

Si solo sabemos que una de las bolas de la caja, elegida al azar, es de madera, ¿cual es la probabilidad de que sea blanca?

## Ejercicio 10

2 puntos

Se sabe que el coeficiente intelectual de la población adulta española sigue una distribución normal de media 100 y desviación típica 20.

**a)** 1 punto

¿Qué porcentaje de españoles adultos se espera que tengan un coeficiente intelectual entre 95 y 105?

**b)** 1 punto

Si se considera que una persona es superdotada cuando su coeficiente intelectual es mayor que 160, calcular el porcentaje de españoles adultos que son superdotados.

Tu Profe al Rescate