

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Sea el sistema de ecuaciones

$$S: \begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m + 1 \\ x + 3y + (m - 2)z = m - 1 \end{cases}$$

donde m es un parámetro real. Obtener **razonadamente**:

- Todas las soluciones del sistema S cuando $m = 2$. (4 puntos)
- Todos los valores de m para los que el sistema S tiene una solución única. (2 puntos)
- El valor de m para el que el sistema S admite la solución $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$ (4 puntos)
(x,y,z) =

PROBLEMA A.2. En el espacio se dan las rectas

$$r: \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases} \quad y \quad s: \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

Obtener **razonadamente**:

- Un punto y un vector director de cada recta. (3 puntos)
- La posición relativa de las rectas r y s . (4 puntos)
- Determinar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s . (3 puntos)

PROBLEMA A.3. Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$$

Obtener **razonadamente**:

- El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$. (3 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$. (4 puntos)
- La integral $\int f(x) dx = \int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$ (3 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Se da la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2 - 1 \end{pmatrix}$$

donde m es un parámetro real.

- Obtener razonadamente el rango o característica de la matriz A en función de los valores de m . (5 puntos)
- Explicar por qué es invertible la matriz A cuando $m = 1$. (2 puntos)
- Obtener razonadamente la matriz inversa A^{-1} de A cuando $m = 1$, indicando los distintos pasos para la obtención de A^{-1} . Comprobar que los productos $A A^{-1}$ y $A^{-1} A$ dan la matriz unidad. (3 puntos)

PROBLEMA B.2. En el espacio se dan las rectas

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases} \quad y \quad s: \begin{cases} x - 1 = y = z - 3 \end{cases}$$

Obtener **razonadamente**:

- Un vector director de cada una de las rectas. (2 puntos)
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que pasa por el punto $(0,1,3)$. (3 puntos)
- El punto de intersección de las rectas r y s (2 puntos) y la ecuación del plano π que contiene a estas rectas r y s (3 puntos).

PROBLEMA B.3. Se desea construir un campo rectangular con vértices A , B , C y D de manera que:

Los vértices A y B sean puntos del arco de la parábola $y = 4 - x^2$, $-2 \leq x \leq 2$, y el segmento de extremos A y B es horizontal.

Los vértices C y D sean puntos del arco de la parábola $y = x^2 - 16$, $-4 \leq x \leq 4$, y el segmento de extremos C y D es horizontal.

Los puntos A y C deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real positivo x .

Los puntos B y D deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real negativo $-x$.

Se pide obtener **razonadamente**:

- La expresión $S(x)$ del área del campo rectangular en función del número real positivo x . (4 puntos)
- El número real positivo x para el que el área $S(x)$ es máxima. (4 puntos)
- El valor del área máxima. (2 puntos)

Tu Profe al Rescate