

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 + ax + b \quad \text{y} \quad g(x) = ce^{-(x+1)}$$

Se sabe que las gráficas de f y g se cortan en el punto $(-1, 2)$ y tienen en ese punto la misma recta tangente.

- (a) [2 puntos] Calcula los valores de a , b y c .
- (b) [0'5 puntos] Halla la ecuación de dicha recta tangente.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Dadas las funciones $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{y} \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$$

calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} x + \lambda y - z = 0 \\ 2x + y + \lambda z = 0 \\ x + 5y - \lambda z = \lambda + 1 \end{array} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifícalo según los valores del parámetro λ .
- (b) [1 punto] Resuélvelo para $\lambda = -1$.

Ejercicio 4.- Los puntos $A(-2, 3, 1)$, $B(2, -1, 3)$ y $C(0, 1, -2)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

- (a) [1 punto] Halla las coordenadas del vértice D .
- (b) [1 punto] Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC .
- (c) [0'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Se sabe que f tiene un máximo local en $x = 1$, que el punto $(0, 1)$ es un punto de inflexión de su gráfica y que $\int_0^1 f(x) dx = \frac{9}{4}$. Calcula a , b , c y d .

Ejercicio 2.- Sea $g : (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $g(x) = \ln x$ ($\ln$ denota logaritmo neperiano).

- (a) **[0'75 puntos]** Justifica que la recta de ecuación $y = \frac{1}{e}x$ es la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = e$.
- (b) **[1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de g , el eje de abscisas y la recta tangente del apartado anterior.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz P que verifica $AP - B = C^T$ (C^T es la matriz traspuesta de C).

Ejercicio 4.- Sea la recta r dada por $\begin{cases} 2x + y - mz = 2 \\ x - y - z = -m \end{cases}$

y el plano π definido por $x + my - z = 1$

- (a) **[1 punto]** ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?
- (b) **[1 punto]** ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?
- (c) **[0'5 puntos]** ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m = 0$?