

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos.

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} \lambda x + 2z = 0 \\ \lambda y - z = \lambda \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$$
 dependiente del parámetro real λ ,

se pide :

- Determinar para qué valores de λ el sistema es: compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible (1,3 puntos).
- Obtener las soluciones en los casos compatible determinado y compatible indeterminado (2 puntos).

PROBLEMA 2. a) Dibujar la recta de ecuación $y = (2/\pi)x$ y la curva de ecuación $y = \sin x$ cuando $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$; obtener razonadamente por cálculo integral el área limitada entre la recta y la curva (1,6 puntos).

b) Calcular la integral del producto de las dos funciones consideradas en el apartado anterior, es decir $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (2/\pi)x \sin x \, dx$, indicando los pasos realizados (1,7 puntos).

PROBLEMA 3. La tabla siguiente muestra las alturas (en metros) y los pesos (en kilos) de un grupo de 8 empleados de una empresa:

Altura	1,75	1,58	1,80	1,50	1,65	1,75	1,85	1,63
Peso	78	75	90	68	78	84	89	80

Las variables altura y peso están fuertemente correlacionadas, siendo su coeficiente de correlación 0,9197.

- Estimar, mediante regresión lineal, el peso de un empleado que mida 1,72 metros (1,7 puntos).
- Estimar, mediante regresión lineal, la altura de un empleado que pese 80 kilos (1,6 puntos).

PROBLEMA 4. Sean r y r' las rectas del espacio $\mathbb{R}^3$, determinadas del modo siguiente:

r pasa por los puntos $A = (3,6,7)$ y $B = (7,8,3)$ y r' es la recta de intersección de los planos de ecuaciones: $x-4y-z=-10$ y $3x-4y+z=-2$. Se pide:

- Calcular de cada una de las rectas r y r' una ecuación paramétrica y determinar la posición relativa de ambas (1 punto).
- Calcular la distancia d entre las rectas r y r' (1,3 puntos).
- Calcular el área del triángulo de vértices A, B y C, siendo C un punto cualquiera de la recta r' (1 punto).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. a) Calcular las matrices reales de orden 3, X e Y , que satisfacen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} 2X + Y = B \\ X - 2Y = C \end{cases} \quad \text{donde } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1,8 \text{ puntos}).$$

b) Si X e Y son las matrices anteriores, calcular la matriz $(2X + Y)X - (2X + Y)(2Y)$ (1,5 puntos).

PROBLEMA 2. Sea T un triángulo de perímetro 60 cm. Uno de los lados del triángulo T mide x cm y los otros dos lados tienen la misma longitud.

a) Deducir razonadamente las expresiones de las funciones A y f tales que:

$$A(x) = \text{Área del triángulo } T.$$

$$f(x) = \{A(x)\}^2 \quad (1,3 \text{ puntos}).$$

b) Obtener, razonadamente, el valor de x para el que $f(x)$ alcanza el valor máximo (2 puntos).

PROBLEMA 3. Un dado, cuyas caras están numeradas del 1 al 6 se lanza cinco veces. Se pide la probabilidad de que el número 3 salga:

a) Exactamente dos veces (1 punto). b) Una vez a lo sumo (1 punto). c) Más de dos veces (1,3 puntos).

NOTA: Todos los números tienen la misma probabilidad de salir en cada lanzamiento.

PROBLEMA 4. Sean r la recta y π el plano de $\mathbb{R}^3$, determinados del siguiente modo:

r pasa por los puntos $(2,2,4)$ y $(-1,2,1)$ y el plano π pasa por los puntos $(1,0,1)$, $(1,-1,0)$ y $(3,0,0)$. Se pide:

a) Probar que la recta r no es paralela a π (1 punto).

b) Calcular el punto P de intersección de r y π y el ángulo que forman la recta r y el plano π (1 punto).

c) Determinar los puntos S y T de la recta r que cumplan que su distancia a π sea 4 (1,3 puntos).

Tu Prof te al Rescate