

ANDALUCÍA · PAU 2014 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 5

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

a) 0,75 puntos

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1,25 puntos

Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) 0,5 puntos

Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

a) 0,75 puntos

Halla, si existe, el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y = 3 - x$.

b) 1,75 puntos

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta del apartado anterior.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : (-1, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{x+9}{(x+1)(x-3)}$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, 0)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones con incógnitas x, y, z ,

$$\begin{cases} \lambda y + (\lambda + 1)z = \lambda \\ \lambda x + z = \lambda \\ x + \lambda z = \lambda \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discute el sistema según los valores del parámetro λ .

b) 0,5 puntos

Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

c) 0,5 puntos

Para $\lambda = 0$, si es posible, da tres soluciones distintas.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Halla la matriz X que verifica $A^{-1}XA = B - A$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean $A(-3, 4, 0)$, $B(3, 6, 3)$ y $C(-1, 2, 1)$ los vértices de un triángulo.

a) 1 punto

Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.

b) 1 punto

Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

c) 0,5 puntos

Calcula el área del triángulo ABC .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el punto $A(8, -1, 3)$ y la recta r dada por $\frac{x+1}{2} = y - 2 = \frac{z-1}{3}$.

a) 1,25 puntos

Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r .

b) 1,25 puntos

Halla el punto simétrico de A respecto de r .