

ASTURIAS · PAU 2013 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. b) Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara. d) Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dado el sistema

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Estudie su compatibilidad según los valores del número real a .

b) 1 punto

Resuélvalo cuando a sea nulo si es posible.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dado el número real a se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Halle el rango de la matriz $A^2 - A^t$ según los distintos valores de a .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean el punto $P(-1, 2, 0)$ y el plano $\pi : 2x - 3y + z = 8$. Calcule:

a) 0,5 puntos

Las ecuaciones de una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano π .

b) 0,5 puntos

La distancia d del punto P al plano π .

c) 1,5 puntos

La ecuación de otro plano, paralelo a π y distinto de él, que diste de P la misma distancia d .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Se consideran los puntos en el espacio $A(1, -1, 1)$ y $B(2, 2, 2)$.

a) 0,5 puntos

Halle el punto medio de A y B .

b) 2 puntos

Dé la ecuación del plano respecto al cual A y B son puntos simétricos.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considere la curva $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{2}{3}x - 4$.

a) 2 puntos

Halle los puntos de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $2x + 3y - 4 = 0$.

b) 0,5 puntos

Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva en $x = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la parábola $y = x^2 - 3x + 6$.

a) 0,5 puntos

Halle la ecuación de la tangente a la gráfica de esa curva en el punto de abscisa $x = 3$.

b) 0,5 puntos

Haga un dibujo aproximado del recinto limitado por la gráfica de la parábola, el eje OY y la recta tangente hallada anteriormente.

c) 1,5 puntos

Calcule el área del recinto anterior.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

a) 0,75 puntos

Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función f .

b) 1,75 puntos

Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y la recta $x = 2$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{1}{1-x}}$.