

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Una pizzería ofrece tres tipos de pizza: margarita, vegetariana y pepperoni. A lo largo de los años, utilizando su aplicación para teléfonos inteligentes, el restaurante ha recopilado datos sobre las preferencias de los clientes, calculando que el 40% de sus clientes piden pizza margarita, el 25% elige la pizza vegetariana y el resto prefiere la pizza pepperoni.

- 1.1 **(0.25 puntos)** Si se elige un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya pedido una pizza pepperoni?
- 1.2 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que dos clientes elegidos al azar hayan pedido distintos tipos de pizza?

Para mejorar su servicio y agilizar los tiempos de preparación, la pizzería decide considerar un grupo típico de 10 clientes con el objetivo de decidir cuántas pizzas margarita preparar con antelación y evitar retrasos durante las horas con más demanda, minimizando el desperdicio.

- 1.3 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 10 clientes pidan pizzas margarita?
- 1.4 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los 10 clientes del grupo pida una pizza margarita?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 En un sistema de procesamiento de imágenes se utiliza una matriz para transformar ciertos datos. La matriz depende del parámetro real α y es:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha \end{bmatrix}$$

- 2.1.1 **(1.25 puntos)** En uno de los procesos, para que el sistema funcione, se necesita que la matriz sea idempotente, es decir que su cuadrado coincida con ella, $A^2 = A$. Obtener los valores de α que permitan funcionar a este proceso.
- 2.1.2 **(1.25 puntos)** En otro proceso diferente, se necesita utilizar la matriz inversa de A . Obtener los valores de α para los cuales existe la inversa y calcular esta inversa en función de α .
-

2.2 Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 0 \\ 2x + a y - 5z = -3 \\ x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide:

- 2.2.1 **(1 punto)** Discutir el sistema en función del parámetro a .
- 2.2.2 **(0.75 puntos)** Calcular las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado.
- 2.2.3 **(0.75 puntos)** Calcular las soluciones del sistema para $a = 0$.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dada la recta $r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$ y la recta $s: \begin{cases} x = -1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ calcular:

- 3.1.1 **(1 punto)** Si existen, las coordenadas del punto de corte de ambas rectas.
- 3.1.2 **(1 punto)** La ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
- 3.1.3 **(0.5 puntos)** La distancia del punto $P = (1,0,2)$ a dicho plano.
-

3.2 Se considera el plano $\pi: 3x - y + 2z = 4$ y el punto $P = (-1,0,1)$. Se pide:

- 3.2.1 **(1 punto)** La ecuación del plano perpendicular a π que pasa por P y $Q = (2,1,2)$.
- 3.2.2 **(0.5 puntos)** La distancia del punto Q al plano π .
- 3.2.3 **(1 punto)** El punto simétrico de P respecto del plano π .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Una empresa de paquetería quiere diseñar distintos modelos de cajas. Uno de esos modelos consiste en una caja de 80 cm^3 de volumen, con base y tapa cuadradas. El precio del material de las paredes laterales es de 1 céntimo por cm^2 . La base y tapa se construirán con un material de calidad superior a las caras laterales de la caja, siendo éste un 25% más caro.

Obtener:

4.1.1 (0.75 puntos) La función $P(x)$ que proporciona el precio del material de la caja en función del lado de la base x .

4.1.2 (1.25 puntos) Las dimensiones de la caja para que la función $P(x)$ tenga el menor valor posible.

4.1.3 (0.75 puntos) El precio del material en el caso anterior.

4.2 Dada la función real de variable real

$$f(x) = x|x - 2|$$

Se pide:

4.2.1 (1 punto) Representar la región comprendida entre la gráfica de la función f , el eje de abscisas (eje OX) y las rectas $x = -1$ y $x = 5$.

4.2.2 (1.5 puntos) Calcular el área de la región anterior.