

MADRID · PAU 2014 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Considérese el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real λ :

$$\begin{cases} 2x - \lambda y + z = -\lambda \\ 4x - 2\lambda y + 2z = \lambda - 3 \end{cases}$$

a) 1 punto

Determinense los valores del parámetro real λ que hacen que el sistema sea incompatible.

b) 1 punto

Resuélvase el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Considérese la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcúlese $(A \cdot A^t)^{200}$.

b) 1 punto

Calcúlese $(A \cdot A^t - 3I)^{-1}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x(x-2)}$$

a) 1 punto

Determinense las asíntotas de f .

b) 1 punto

Estúdiese si la función f es creciente o decreciente en un entorno de $x = 4$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Sea S la región del plano definida por

$$y \geq 2x - 4; \quad y \leq x - 1; \quad 2y \geq x; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

a) 1 punto

Representese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - 3y$ en S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 2e^{x+1}$.

a) 1 punto

Esbócese la gráfica de la función f .

b) 1 punto

Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{\lambda x}{4 + x^2}$$

a) 1 punto

Calcúlese el valor del parámetro real λ para que la recta tangente a la gráfica de f en $x = -1$ sea paralela a la recta $y = 2x - 3$.

b) 1 punto

Calcúlese $\int_0^2 f(x) dx$ para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

En la representación de navidad de los alumnos de 3º de primaria de un colegio hay tres tipos de papeles: 7 son de animales, 3 de personas y 12 de árboles. Los papeles se asignan al azar, los alumnos escogen por orden alfabético sobres cerrados en los que está escrito el papel que les ha correspondido.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que a los dos primeros alumnos les toque el mismo tipo de papel.

b) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que el primer papel de persona le toque al tercer alumno de la lista.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Al 80 % de los trabajadores en educación (E) que se jubilan sus compañeros les hacen una fiesta de despedida (FD), también al 60 % de los trabajadores de justicia (J) y al 30 % de los de sanidad (S). En el último año se jubilaron el mismo número de trabajadores en educación que en sanidad, y el doble en educación que en justicia.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que a un trabajador de estos sectores, que se jubiló, le hicieran una fiesta.

b) 1 punto

Sabemos que a un trabajador jubilado elegido al azar de entre estos sectores, no le hicieron fiesta. Calcúlese la probabilidad de que fuera de sanidad.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La estatura en centímetros (cm) de los varones mayores de edad de una determinada población se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 16$ cm.

a) 1 punto

Se tomó una muestra aleatoria simple de 625 individuos obteniéndose una media muestral $\bar{x} = 169$ cm. Hállese un intervalo de confianza al 98 % para μ .

b) 1 punto

¿Cuál es el mínimo tamaño muestral necesario para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor que 4 cm, con un nivel de confianza del 90 %?

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El mínimo tamaño muestral necesario para estimar la media de una determinada característica de una población que puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica σ , con un error máximo de 3,290 y un nivel de confianza del 90 %, supera en 7500 unidades al que se necesitaría si el nivel de confianza fuera del 95 % y el error máximo fuera de 7,840. Exprésense los tamaños muestrales en función de la desviación típica σ y calcúlense la desviación típica de la población y los tamaños muestrales respectivos.