ANDALUCÍA · PAU 2015 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 4

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para $13{,}5$ metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea el mínimo posible.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \frac{ax^2+bx+1-\cos(x)}{\sec(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2}dx$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Determina la función $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que $f''(x)=\ln(x)$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,2)$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discute el sistema según los valores de λ.

b) 1 punto

Resuelve el sistema para $\lambda = 0$.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$$

a) 1,5 puntos
Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.

b) 1 punto
Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean los puntos $A(0,1,1)$, $B(2,1,3)$, $C(-1,2,0)$ y $D(2,1,m)$.

a) 0,75 puntos
Calcula m para que A, B, C y D estén en un mismo plano.

b) 0,75 puntos
Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.

c) 1 punto
Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$.

a) 1,5 puntos
Calcula el punto P', simétrico del punto $P(2,-1,5)$ respecto del plano π.

b) 1 punto
Calcula la recta r', simétrica de la recta $r \equiv \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ respecto del plano π.

Tu Profe al Rescate