

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos.

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Considerar las matrices: $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -(m+1) \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- ¿Para qué valores reales de m es A inversible? Calcular la matriz A^{-1} (2 puntos).
- En la anterior matriz A con $m = 0$, obtener la matriz real cuadrada X de orden 3 que satisface la igualdad $B - AX = AB$ (1,3 puntos).

PROBLEMA 2. En una gran pradera se tiene que vallar una zona de 400 m^2 , que debe tener forma de rectángulo. Cada metro de valla cuesta 100 euros. Si x es la medida en metros de uno de sus lados, se pide:

- Obtener razonadamente la función F tal que $F(x)$ sea el coste de la valla, indicando entre qué valores puede variar x (1,3 puntos).
- Deducir razonadamente el valor de x para el que la función $f(x)$ alcanza el valor mínimo (2 puntos).

PROBLEMA 3. Las notas de Filosofía y de Literatura de los 7 alumnos de una clase, listadas por columnas, son:

Filosofía	3	6	7	5	8	4	8
Literatura	5	8	7	7	9	5	5

- Calcular el valor medio y la desviación típica de las notas de Filosofía y de las notas de Literatura (1,3 puntos).
- Obtener el coeficiente de correlación entre las notas de Filosofía y de Literatura, explicando su significado (0,7 puntos).
- Al prescindir de la última columna el coeficiente de correlación es 0,9. Explicar detalladamente por qué es mayor que el obtenido en el apartado b) (1,3 puntos).

PROBLEMA 4. En el espacio $\mathbb{R}^3$, se consideran el punto $P = (3,2,3)$ y la recta r intersección de los planos de ecuaciones: $x + 3y - 4z = 0$ y $x + 2y - 2z = 1$. Se pide determinar:

- La distancia d del punto P a la recta r (1,3 puntos).
- Los puntos M y N de la recta r que cumplan que su distancia al punto P es $\sqrt{5}d$ (2,3 puntos).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Se consideran las matrices cuadradas reales de orden 2, $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Calcular: a) La matriz P^{-1} (1,1 puntos). b) La matriz real cuadrada X de orden 2, tal que $P^{-1}XP = Q$ (1,1 puntos). c) La matriz $(PQP^{-1})^2$ (1,1 puntos).

PROBLEMA 2. a) Representar la superficie S limitada entre el OX y la curva $y = x^2 - 4$, cuando $-2 \leq x \leq 2$. Obtener, razonadamente, mediante una integral el área de la superficie S (1,6 puntos).

b) Hallar el volumen del cuerpo generado al dar un giro completo alrededor del eje OX la superficie S considerada en el apartado anterior, indicando como se ha obtenido el volumen (1,7 puntos).

PROBLEMA 3. El peso medio de un grupo de 500 estudiantes es 68,5 kilos y la desviación típica, 10 kilos.

Suponiendo que los pesos siguen una distribución normal, se pide:

- a) ¿Cuántos estudiantes pesan entre 48 y 71 kilos? (1 punto).
- b) ¿Cuántos estudiantes pesan más de 91 kilos? (1 punto).
- c) Se eligen 5 alumnos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 de ellos pesen más de 75 kilos? (1,3 puntos).

PROBLEMA 4. Sean π y π' los planos del espacio $\mathbb{R}^3$, determinados del modo siguiente: el plano π pasa por los puntos (0,2,1), (3,-1,1) y (1,-1,5) y el plano π' pasa por los puntos (3,0,2), (2,1,1) y (5,4,-2). Se pide calcular:

- a) Una ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos π y π' (1,3 puntos).
- b) El ángulo α que forman los planos π y π' (0,7 puntos).
- c) La ecuación del plano que contiene a la recta r y forma un ángulo de 90 grados con el plano π (1,3 puntos).

Tu Prof te al Rescate