

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos. EN NINGÚN CASO SE PODRÁ ELEGIR SIMULTÁNEAMENTE EL PROBLEMA 4.1 Y EL PROBLEMA 4.2

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - y + z = \lambda \\ 2x + 2y - 3z = 3\lambda \\ 2x + \lambda y - 2z = 6 \end{cases}$$

con λ parámetro real, se pide:

- Determinar razonadamente para qué valores de λ es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos)
- Hallar el conjunto de las soluciones del sistema para el caso compatible determinado. (1 punto)
- Hallar el conjunto de las soluciones del sistema para el caso compatible indeterminado. (1 punto)

PROBLEMA 2. Dados los planos $\pi_1 : x + y + z = -5$, $\pi_2 : x - 3y - z = 3$ y la recta $r : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$,

se pide:

- Determinar razonadamente la posición relativa de la recta r y la recta s intersección de los planos π_1 y π_2 . (1,7 puntos)
- Obtener razonadamente la ecuación del plano que contiene a la recta s anterior y es paralelo a r . (1,6 puntos)

PROBLEMA 3. Encontrar razonadamente el punto de la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ en el que la recta tangente a la curva tiene pendiente máxima y calcular el valor de esta pendiente. (3,3 puntos)

PROBLEMA 4.1. En un plano, el trazado de una carretera discurre según la ecuación $y = \frac{x^2}{4} - x$, siendo un río el eje OX. En el terreno entre el río y la carretera hay un pinar. Si expresamos las distancias en kilómetros, ¿cuánto vale el pinar si la hectárea se paga a 60 euros?

PROBLEMA 4.2. La media de las calificaciones globales obtenidas por 10 alumnos fue 6,8 puntos y sus horas de estudio totales sumaron 120. Si x representa las horas de estudio de cada estudiante e y su calificación, el coeficiente de correlación entre x e y es 0,8. Sabiendo que la desviación típica de x coincide con la de y , explicar, razonadamente, cómo se obtiene la recta de regresión de y sobre x (2 puntos) y calcularla (1,3 puntos).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Determina el valor real de x para que se cumpla la siguiente propiedad:

el determinante de la matriz $2B$ es 160, siendo $B = \begin{pmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 2 \end{pmatrix}$ (3,3 puntos).

PROBLEMA 2. Se consideran la recta $r: (x, y, z) = (t + 1, 2t, 3t)$, el plano $\pi: x - 2y - z = 0$ y el punto $P = (1, 1, 1)$. Se pide

- Determinar la ecuación del plano π_1 que pasa por el punto P y es paralelo al plano π (0,9 puntos).
- Determinar la ecuación del plano π_2 que contiene a la recta r y pasa por el punto P (1,2 puntos).
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de los planos anteriores, π_1 y π_2 (1,2 puntos).

PROBLEMA 3. Hallar todos los valores reales z tales que $\int_0^z \frac{-16}{x^2 - 2x - 15} dx = \ln 25$ (3,3 puntos).

PROBLEMA 4.1. Desde un punto N de la orilla del mar, un nadador debe alcanzar una boya que flota a 3 kilómetros de la costa y dista $3\sqrt{5}$ kilómetros del punto N . Si recorriendo la orilla (que se supone recta y plana), su velocidad media es de 5 kilómetros por hora y nadando, de 3 kilómetros por hora, ¿cuánto tiempo deberá caminar hasta lanzarse al mar, para alcanzar la boya en el menor tiempo posible? (3,3 puntos)

PROBLEMA 4.2. La estatura de una población se distribuye normalmente con media 1,70 metros y desviación típica 0,1 metros.

- Se selecciona una persona al azar. Explicar razonadamente cómo se obtiene la probabilidad de que su estatura sea menor de 1,72 metros y calcular dicha probabilidad (1 punto).
- Se seleccionan al azar tres personas. Obtener razonadamente la probabilidad de que sólo una de las personas seleccionadas mida más de 1,72 metros (2,3 puntos).