

MADRID · PAU 2017 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - az = 2 \\ y + az = -2 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase en función de los valores del parámetro a .

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 4$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Determinése la matriz C^{40} .

b) 1 punto

Calcúlese la matriz X que verifica $X \cdot A + 3B = C$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \leq x \leq 5; \quad 2 \leq y \leq 6; \quad x - y \geq -4; \quad 3x - y \leq 10.$$

a) 1 punto

Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x - 2}.$$

a) 1 punto

Estúdiense sus asíntotas.

b) 1 punto

Determinense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

a) 1 punto

Calcúlese el valor del parámetro real a para que $f(x)$ sea una función continua en todo su dominio.

b) 1 punto

Para $a = 2$, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determinense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = x^2 + ax.$$

a) 1 punto

Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = 2$. Determinense si se trata de un máximo o un mínimo local.

b) 1 punto

Para $a = -2$, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0,02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0,06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:

a) 1 punto

No salga defectuoso.

b) 1 punto

Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0,6, por sulfatos es 0,4, y por ambos es 0,2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

a) 1 punto

No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.

b) 1 punto

No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El tiempo, en horas, que tarda cierta compañía telefónica en hacer efectiva la portabilidad de un número de teléfono se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 24$ horas. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16. Calcúlese:

a) 1 punto

La probabilidad de que la media muestral del tiempo, $\bar{X}$, supere las 48 horas, si $\mu = 36$ horas.

b) 1 punto

El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo (24,24; 47,76) para μ .

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

La longitud auricular de la oreja en varones jóvenes, medida en centímetros (cm), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 0,6$ cm.

a) 1 punto

Una muestra aleatoria simple de 100 individuos proporcionó una media muestral $\bar{x} = 7$ cm. Calcúlese un intervalo de confianza al 98% para μ .

b) 1 punto

¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea a lo sumo de 0,1 cm, con un nivel de confianza del 98%?