

CATALUÑA · PAU 2012 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Determine el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro k .

Ejercicio 2

2 puntos

Sea $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$, en la que $a \neq 0$.

a) 1 punto

Determine si tiene alguna asíntota vertical, en función del parámetro b .

b) 1 punto

Indique el valor de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ tenga la recta $y = 2x - 4$ como asíntota oblicua a $+\infty$.

Ejercicio 3

2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{cases} x + y - 3z = 2 \\ 2x + ay - 5z = 2a + 3 \\ 2x - 3y + (a - 2)z = 9 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Calcule el valor o los valores del parámetro a para el cual o para los cuales el sistema es compatible indeterminado.

b) 0,5 puntos

¿Cuántas soluciones tiene este sistema cuando $a = -3$?

Ejercicio 4

2 puntos

Una fábrica produce diariamente x toneladas de un producto A y $\frac{40-5x}{10-x}$ toneladas de un producto B. La cantidad máxima de producto A que se puede producir es 8 toneladas. El precio de venta del producto A es 100 € por tonelada y el del producto B es 250 € por tonelada.

a) 0,5 puntos

Construya la función de la variable x que nos proporciona los ingresos diarios, suponiendo que se vende toda la producción.

b) 1,5 puntos

Calcule cuántas toneladas de cada producto se deben producir diariamente para obtener el máximo de ingresos, y compruebe que es realmente un máximo relativo.

Ejercicio 5

2 puntos

Considere las rectas del espacio siguientes:

$$r: \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z-1}{-1}, \quad s: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$$

a) 1 punto

Compruebe que son secantes.

b) 1 punto

Calcule la ecuación continua de la recta que las corta y que es perpendicular a ambas.

Ejercicio 6

2 puntos

Dadas la recta $y = ax + 1$ y la parábola $y = 3x - x^2$,

a) 1,5 puntos

Calcule los valores del parámetro a para que sean tangentes.

b) 0,5 puntos

Calcule los puntos de tangencia.