

MADRID · PAU 2016 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Considérense las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcúlese el determinante de la matriz $A \cdot C \cdot C^T \cdot A^{-1}$.

b) 1 punto

Calcúlese la matriz $M = AB$. ¿Existe M^{-1} ? Nota: C^T denota la matriz traspuesta de la matriz C .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase para los diferentes valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 0$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Sea S la región del plano definida por:

$$y + x \leq 5; \quad y - x \leq 3; \quad \frac{1}{2}x - y \leq -2.$$

a) 1 punto

Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x+b}{x-2} & \text{si } x \leq -1, \\ \frac{x^2+6x+5}{x^2+4x+3} & \text{si } x > -1. \end{cases}$$

a) 1 punto

Determinése para qué valores del parámetro b la función $f(x)$ es continua en $x = -1$.

b) 1 punto

Calcúlense las asíntotas de $f(x)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 + 8.$$

a) 1 punto

Determinése el área de la región acotada delimitada por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y por las rectas $x = -3$ y $x = -1$.

b) 1 punto

Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Sabiendo que la derivada de una función real de variable real es:

$$f'(x) = 6x^2 + 4x - 2.$$

a) 1 punto

Determinése la expresión de $f(x)$ sabiendo que $f(0) = 5$.

b) 1 punto

Determinése los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f así como sus máximos y mínimos locales, si los tuviese.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Una conocida orquesta sinfónica está compuesta por un 55% de varones y un 45% de mujeres. En la orquesta un 30% de los instrumentos son de cuerda. Un 25% de las mujeres de la orquesta interpreta un instrumento de cuerda. Calcúlese la probabilidad de que un intérprete de dicha orquesta elegido al azar:

a) 1 punto

Sea una mujer si se sabe que es intérprete de un instrumento de cuerda.

b) 1 punto

Sea intérprete de un instrumento de cuerda y sea varón.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Tenemos dos urnas A y B. La urna A contiene 5 bolas: 3 rojas y 2 blancas. La urna B contiene 6 bolas: 2 rojas y 4 blancas. Se extrae una bola al azar de la urna A y se deposita en la urna B. Seguidamente se extrae una bola al azar de la urna B. Calcúlese la probabilidad de que:

a) 1 punto

La segunda bola extraída sea roja.

b) 1 punto

Las dos bolas extraídas sean blancas.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La producción diaria de leche, medida en litros, de una granja familiar de ganado vacuno se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 50$ litros.

a) 1 punto

Determinése el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 95% tenga una amplitud a lo sumo de 10 litros.

b) 1 punto

Se toman los datos de producción de 25 días escogidos al azar. Calcúlese la probabilidad de que la media de las producciones obtenidas, $\bar{X}$, sea menor o igual a 940 litros si sabemos que $\mu = 950$ litros.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El peso por unidad, en gramos, de la gamba roja de Palamós, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 5$ gramos.

a) 1 punto

Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 25 gambas y la media de sus pesos ha sido $\bar{x} = 70$ gramos. Calcúlese un intervalo de confianza al 95% para μ .

b) 1 punto

Si sabemos que $\mu = 70$ gramos, y se consideran los pesos de las 12 gambas de una caja como una muestra aleatoria simple, calcúlese la probabilidad de que el peso total de esas 12 gambas sea mayor o igual que 855 gramos.