

BAREMO DEL EXAMEN: El alumno contestará solo CUATRO problemas entre los OCHO propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

Problema 1. Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & k & 3 \\ k & 1/3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ donde k es un parámetro real.

- ¿Para qué valores del parámetro k la matriz A es invertible? (2 puntos)
- Para $k = 0$, si existe, calcular la matriz inversa de A . (4 puntos)
- Para $k = 0$, hallar las matrices diagonales D que verifican $AD = DA$. (4 puntos)

Problema 2. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ a & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$. Se pide:

- Estudiar los valores del parámetro real a para los que la ecuación matricial $A^2 X = B$ tiene una única solución. (5 puntos)
- Sabiendo que el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ es una solución de la ecuación $A^2 X = B$, encontrar el valor de α , β y γ dependiendo del parámetro real a . (5 puntos)

Problema 3. Se dan las rectas $r: x-1 = y-2 = \frac{z-1}{2}$ y $s: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Se pide:

- Comprobar que se cortan y calcular las coordenadas del punto P de intersección. (5 puntos)
- Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y es perpendicular a r y a s . (5 puntos)

Problema 4. Sea el plano $\pi: 6x + 4y - 3z - d = 0$. Se pide:

- Calcular los valores de d para que la distancia del plano al origen sea una unidad. (2 puntos)

- b) Calcular, en función del parámetro d , las coordenadas de los puntos A , B y C que resultan de intersectar el plano π con los ejes de coordenadas, X , Y y Z , respectivamente. (3 puntos)
- c) Para $d \neq 0$, calcular el ángulo formado por los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ determinados por los puntos del apartado anterior. (5 puntos)

Problema 5. Se considera la función $h(x) = ax + x^2$ donde a es un parámetro real. Se pide:

- a) El valor de a que hace que la gráfica de la función $y = h(x)$ tenga un mínimo relativo en la abscisa $x = \frac{-3}{4}$. (3 puntos)
- b) Para el valor de a del apartado anterior, dibuja las curvas $y = h(x)$ e $y = h'(x)$. (2 puntos)
- c) Calcula el área del plano comprendida entre ambas curvas. (5 puntos)

Problema 6. Se construye una caja de cartón sin tapa a partir de una hoja rectangular de 16 cm por 10 cm. Esto se hace recortando un cuadrado de longitud x en cada esquina, doblando la hoja y levantando los cuatro laterales de la caja. Calcular:

- a) Las dimensiones de la caja para que tenga el mayor volumen posible. (8 puntos)
- b) Dicho volumen. (2 puntos)



Problema 7. Una empresa tiene 3 máquinas de fabricación de latas de refresco. El 10'25% de las latas que fabrica la empresa son defectuosas. El 30% de las latas las fabrica en la primera máquina, siendo el 10% defectuosas. El 25% de las latas las fabrica en la segunda máquina, siendo el 5% defectuosas. El resto de las latas las fabrica en la tercera máquina.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa? (4 puntos)
- b) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina? (3 puntos)
- c) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina? (3 puntos)

Problema 8. Se ha determinado que en el 60% de los mensajes enviados por WhatsApp se añade un emoticono. Una persona envía diez mensajes de WhatsApp. Se pide la probabilidad de que:

- a) Ningún mensaje de los diez tenga emoticonos. (3 puntos)
- b) Exactamente dos quintas partes de los mensajes tengan emoticonos. (3 puntos)
- c) Ocho o más mensajes tengan emoticonos. (4 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.

Tu Profe al Rescate