

CATALUÑA · PAU 2016 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Una fábrica de muebles de cocina vende 1.000 unidades mensuales de un modelo de armario a 200 € por unidad. Con el fin de reducir el stock, hace una oferta a los compradores y estima que, por cada euro de reducción del precio, las ventas mensuales del producto se incrementarán en 100 unidades.

a) 1,5 puntos

¿Cuántas unidades habrá que vender para obtener el máximo de ingresos mensuales?

b) 0,5 puntos

¿A cuánto ascenderán estos ingresos?

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Dos de las escalas que se suelen usar para medir temperaturas, la escala Fahrenheit y la escala Celsius, están relacionadas linealmente, es decir, la función que da la temperatura F en grados Fahrenheit a partir de la temperatura C en grados Celsius es una recta. La escala Celsius establece los 0°C como temperatura de congelación del agua y los 100°C como temperatura de ebullición. En la escala Fahrenheit, estos cambios de estado del agua ocurren a los 32°F y a los 212°F , respectivamente.

a) 1 punto

Escriba la función que, para cada temperatura expresada en grados Celsius, da la temperatura expresada en grados Fahrenheit.

b) 1 punto

¿A qué temperatura coinciden los grados Celsius con los grados Fahrenheit?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la función $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

a) 1 punto

Estudie su crecimiento y, si tiene, determine y clasifique sus extremos relativos.

b) 1 punto

Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Dos familias van a una cafetería. La primera familia toma 1 refresco, 3 cafés y 7 magdalenas, y paga un total de 11,75 €. La segunda familia pide 1 refresco, 4 cafés y 10 magdalenas y paga por todo ello 15,5 €.

a) 1 punto

Diga, razonadamente, si es posible saber el precio de un café, el de un refresco y el de una magdalena.

b) 1 punto

Calcule cuánto ha de pagar una familia que tome un refresco, un café y una magdalena.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Sea el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 3x + 4y - 5z = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

a) 1 punto

Justifique si es compatible determinado.

b) 1 punto

Resuelva el sistema formado por las dos primeras ecuaciones.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Sea la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

a) 1 punto

Estudie en qué intervalos f crece y en qué intervalos decrece. Determine y clasifique, si los hay, los máximos y los mínimos de f .

b) 1 punto

Escriba la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Durante la última epidemia de Ébola se consideró que, sin ninguna intervención, el virus se propagaba aumentando en un 3% diario el número de afectados. Suponga que en una población, hoy, hay 25 personas infectadas.

a) 1 punto

Escriba la fórmula de la función que da el número de personas infectadas al pasar los días. ¿Cuántas personas estarán infectadas al cabo de 20 días?

b) 1 punto

A partir de una fecha determinada, en esta población se aplican unas medidas sanitarias que permiten que el número de personas infectadas disminuya según la función $g(x) = 1.000 \cdot (0,95)^x$. Si consideramos controlada la epidemia cuando el número de afectados es igual o inferior a 10 personas, ¿cuántos días habrán de pasar después de aplicar las medidas sanitarias para poder declarar controlada la epidemia?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Sabemos que la función derivada f' de una función f , polinómica de tercer grado, corta el eje de las abscisas en los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

a) 1 punto

Justifique si es posible que f' corte también el eje de las abscisas en un punto diferente de los dos mencionados.

b) 1 punto

Si nos dicen que $f'(1) = 2$, indique y clasifique los máximos y los mínimos de la función f .

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El boleto ganador de una lotería está formado por tres números. Sabemos que la suma del primero y el segundo excede en dos unidades al tercero; que el primer número menos el doble del segundo es diez unidades menor que el tercero, y que la suma de los tres números es 24. ¿Cuál es el boleto ganador?

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Considere la región del plano limitada por las rectas siguientes:

$$y = x + 1, y = -x + 1, y = x - 1, y = -x - 1$$

a) 1 punto

Dibújela y calcule sus vértices.

b) 1 punto

Considere ahora la familia de rectas $y = 2x + k$. Calcule en qué punto de la región se obtiene el valor más grande de k y determine este valor.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Tenemos cuatro rectas: la recta r_1 pasa por los puntos $(-1, 0)$ y $(0, 1)$; la recta r_2 pasa por $(-1, 0)$ y $(0, -1)$; la recta r_3 pasa por $(1, 0)$ y $(0, 1)$, y la recta r_4 pasa por $(1, 0)$ y $(0, -1)$.

a) 1 punto

Escriba las inecuaciones que cumplen los puntos de la frontera y del interior del cuadrado que determinan estas cuatro rectas y dibújelo.

b) 1 punto

Determine el valor máximo de k que hace que la recta $y = 2x + k$ tenga algún punto en común con el cuadrilátero anterior.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) 1,5 puntos

Calcule las matrices $A \cdot B$ y $B \cdot A$.

b) 0,5 puntos

Justifique si en algún caso es posible calcular P^2 cuando P es una matriz no cuadrada.