

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos.

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dadas las matrices reales:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide :

- Calcular la matriz $M = A - 2 B C$. (1 punto)
- Justificar que existe la matriz D^{-1} inversa de D y calcular tal matriz. (0,9 puntos)
- Calcular las matrices X, Y que cumplen $D X = M = Y D$. (1,4 puntos)

PROBLEMA 2. Las tallas de los ciudadanos adultos de una gran ciudad siguen una distribución normal de media 1,70 y desviación típica 0,20.

- Se selecciona al azar un ciudadano. Averigua razonadamente cuál es la probabilidad de que su talla sea superior a 1,95. (1,5 puntos)
- Se selecciona al azar otro ciudadano entre los de talla superior a 1,65. Averigua razonadamente cuál es la probabilidad de que su talla sea superior a 1,95. (1,8 puntos)

PROBLEMA 3. Consideramos los planos

$$\pi_1 : x + y - 6 = 0$$

$$\pi_2 : 2x + 4y + \lambda z + 2 = 0$$

donde λ es un parámetro real. Se pide:

- Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta de intersección de los planos π_1 y π_2 cuando $\lambda = 4$. (1,5 puntos)
- Calcular razonadamente λ para que los planos π_1 y π_2 se corten formando un ángulo de 45° . (1,8 puntos)

PROBLEMA 4. Sea $f(x) = x^3 + a x^2 + b x + c$. Hallar a, b, c sabiendo que f alcanza un máximo en $x = -4$ y un mínimo en $x = 0$ y que $f(1) = 1$.

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda \\ 2x + 3y + 5z = 2 \\ 3x + 5y + \lambda^2 z = 1 \end{cases}, \text{ dependiente del parámetro } \lambda, \text{ se pide:}$$

- Determinar para qué valores de λ el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos)
- Obtener el conjunto S de las soluciones del sistema para el caso compatible indeterminado. (1 punto)
- Obtener el vector de S ortogonal (perpendicular) al vector $(1,1,2)$. (1 punto)

PROBLEMA 2. Dado el plano definido por la ecuación $\pi : 8x - 4y + z = 3$, hallar

- a) La ecuación de la recta perpendicular al plano π que pasa por el punto $P(1,-3,7)$, expresada como la intersección de dos planos. (1 punto)
- b) La distancia del punto P al plano π . (0,8 puntos)
- c) Las ecuaciones de los planos que distan 3 unidades del plano π . (1,5 puntos)

PROBLEMA 3. Un agente comercial consigue, por término medio, vender sus productos al 40% de los clientes que visita. Selecciona al azar cinco de sus clientes para visitarlos cierto día. Averigua razonadamente:

- a) La probabilidad de que no venda sus productos a ninguno de esos cinco clientes. (1,1 puntos)
- b) La probabilidad de que venda sus productos sólo a dos de esos cinco clientes. (1,1 puntos)
- c) La probabilidad de que venda sus productos sólo a cuatro de esos cinco clientes. (1,1 puntos)

PROBLEMA 4. Calcular, razonadamente, el área de la región limitada por las curvas $y = x^2$ e $y = \frac{2}{1+x^2}$

Tu Profe al Rescate