

**BLOQUE A**

**PROBLEMA A1.** Obtén todas las matrices columna  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  que sean soluciones de la ecuación matricial  $A X = B$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

¿Cuáles de esas matrices  $X$  tienen la primera fila nula?

*Solución:*

La ecuación matricial a resolver es  $A X = B$ ,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ecuación matricial que da lugar la siguiente sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y - z = -1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss,

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - F_1} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

Como  $F_3 = F_2$ , podemos eliminar  $F_3$ , ya que es la misma ecuación que  $F_2$ . Nos quedamos con las dos primeras filas:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right)$$

Por debajo de la diagonal principal tenemos los ceros, pero en la diagonal principal quedan dos elementos no nulos. El sistema tenía tres incógnitas por lo que es Compatible Indeterminado.

Para resolverlo utilizamos  $x$  e  $y$  como incógnitas principales.

De la última matriz nos queda el sistema,

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

pasamos la incógnita  $z$  a la derecha,

$$\begin{cases} x + y = 1 - z \\ y = -1 + z \end{cases}$$

sustituyendo el valor de  $y$  en la 1ª ecuación,

$x + (-1 + z) = 1 - z$ , efectuando operaciones

$x - 1 + z = 1 - z$ , despejamos  $x$

$x = 1 - z + 1 - z$

$x = 2 - 2z$

La solución del sistema será,

$$\begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

En forma matricial, la solución será:  $X = \begin{pmatrix} 2 - 2\lambda \\ -1 + \lambda \\ \lambda \end{pmatrix} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

De estas matrices solución, aquella que tiene la primera fila nula será:

$$2 - 2\lambda = 0$$

$$2 = 2\lambda$$

$$\lambda = 1$$

Sustituyendo este valor en la matriz solución,

$$\begin{pmatrix} 2 - 2 \cdot 1 \\ -1 + 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

que es la matriz solución que tiene la primera fila nula.

Tu Profe al Rescate

**BLOQUE A**

**PROBLEMA A2.** En un sondeo de opinión se obtiene que el número de individuos a favor de cierta normativa duplica a la suma de los que están en contra y los que no opinan. El total de entrevistados asciende a 360 personas y la diferencia entre los que expresan su opinión y los que no lo hacen duplica a la diferencia entre el número de individuos a favor y el número de los que están en contra de la citada normativa. Determina cuántos de los entrevistados estaban a favor de la normativa, cuántos en contra y cuántos no opinaron.

*Solución:*

*Llamamos:*

$x = \text{n}^\circ \text{ de entrevistados que están a favor de la normativa}$

$y = \text{n}^\circ \text{ de entrevistados que están en contra de la normativa}$

$z = \text{n}^\circ \text{ de entrevistados que no opinan}$

*Del enunciado del problema deducimos las siguientes ecuaciones,*

*“... el número de individuos a favor de cierta normativa duplica a la suma de los que están en contra y los que no opinan.”  $\rightarrow x = 2(y + z)$*

*“El total de entrevistados asciende a 360 personas ...”  $\rightarrow x + y + z = 360$*

*“... la diferencia entre los que expresan su opinión y los que no lo hacen duplica a la diferencia entre el número de individuos a favor y el número de los que están en contra de la citada normativa.”  $\rightarrow x + y - z = 2(x - y)$*

El sistema a resolver es: 
$$\begin{cases} x + y + z = 360 \\ x = 2(y + z) \\ x + y - z = 2(x - y) \end{cases}$$
 efectuando operaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 360 \\ x = 2y + 2z \\ x + y - z = 2x - 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 360 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ x - 2x + y + 2y - z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 360 \\ x - 2y - 2z = 0 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

*Resolvemos el sistema por el método de Gauss,*

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - F_1, F_3 + F_1} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 0 & -3 & -3 & -360 \\ 0 & 4 & 0 & 360 \end{array} \right)$$

*De  $F_3$  obtenemos la siguiente ecuación:  $4y = 360 \rightarrow y = 90$*

*De  $F_2$  obtenemos la siguiente ecuación:  $-3y - 3z = -360$*

*sustituyendo el valor de  $y$  obtenido anteriormente*

$$-3 \cdot 90 - 3z = -360$$

$$-270 - 3z = -360$$

$$-3z = 270 - 360$$

$$-3z = -90$$

$$z = 30$$

*De  $F_1$  obtenemos la siguiente ecuación:  $x + y + z = 360$*

*sustituyendo los valores de  $z$  e  $y$  obtenidos anteriormente,*

$$x + 90 + 30 = 360$$

$$x = 360 - 120$$

$$x = 240$$

*La solución del sistema es:  $x = 240$ ,  $y = 90$  y  $z = 30$ .*

*Por lo que la solución del problema es: 240 entrevistados estaban a favor de la normativa, 90 en contra y 30 no opinaron.*

Tu Profe al Rescate

## BLOQUE B

**PROBLEMA B1.** Dada la función:  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ , se pide:

- Su dominio y punto de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

*Solución:*

a) Dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

*Dominio:*  $1+x^2=0 \rightarrow x^2=-1 \rightarrow x=\pm\sqrt{-1}$ , no tiene soluciones reales. Por lo que  $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$   
*Puntos de corte:*

$$x=0 \rightarrow y = \frac{0}{1+0^2} = \frac{0}{1} = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$y=0 \rightarrow 0 = \frac{x}{1+x^2} \rightarrow 0=x \rightarrow (0,0)$$

Sólo hay un punto de corte, el  $(0, 0)$

b) Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.

Como  $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$ , la función no tiene asíntotas verticales.

Veamos si tiene asíntota horizontal,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1+x^2} = \left( \frac{+\infty}{+\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1+x^2} = \left( \frac{+\infty}{+\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Por lo tanto la asíntota horizontal es la recta de ecuación  $y=0$

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Debemos estudiar el signo de la primera derivada de la función.

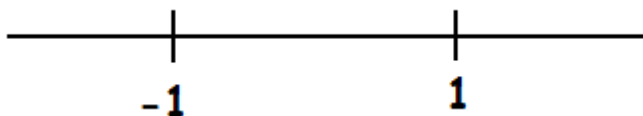
$$f'(x) = \frac{1 \cdot (1+x^2) - x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Para estudiar el signo de  $f'(x)$  calculamos las raíces del numerador y del denominador,

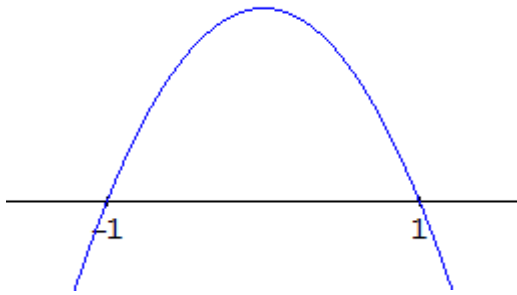
$$1-x^2=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm\sqrt{1}=\pm 1$$

$(1+x^2)^2=0 \rightarrow 1+x^2=0$  y, como vimos al principio, esta ecuación no tiene soluciones reales.

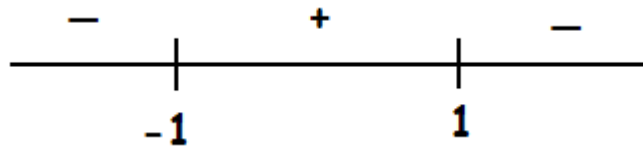
Como el dominio de la función es  $\mathbb{R}$ , marcamos en la recta real la soluciones obtenidas,



Como el denominador de  $f'(x)$  es  $(1 + x^2)^2$ , algo elevado al cuadrado, será positivo; por lo tanto el signo de  $f'(x)$  sólo depende del numerador. El numerador es  $1 - x^2$ , gráficamente es una parábola de gráfica:



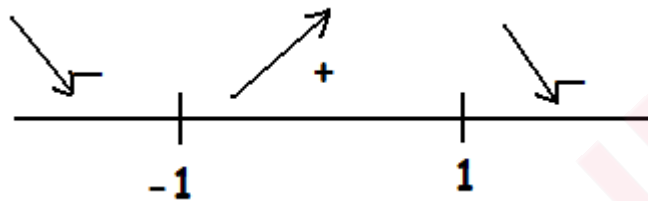
Luego el signo de  $f'(x)$  es:



Es decir:  $f(x)$  es creciente en el intervalo  $(-1, 1)$  y decreciente en  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

d) Máximos y mínimos locales.

Según lo obtenido en el apartado anterior,



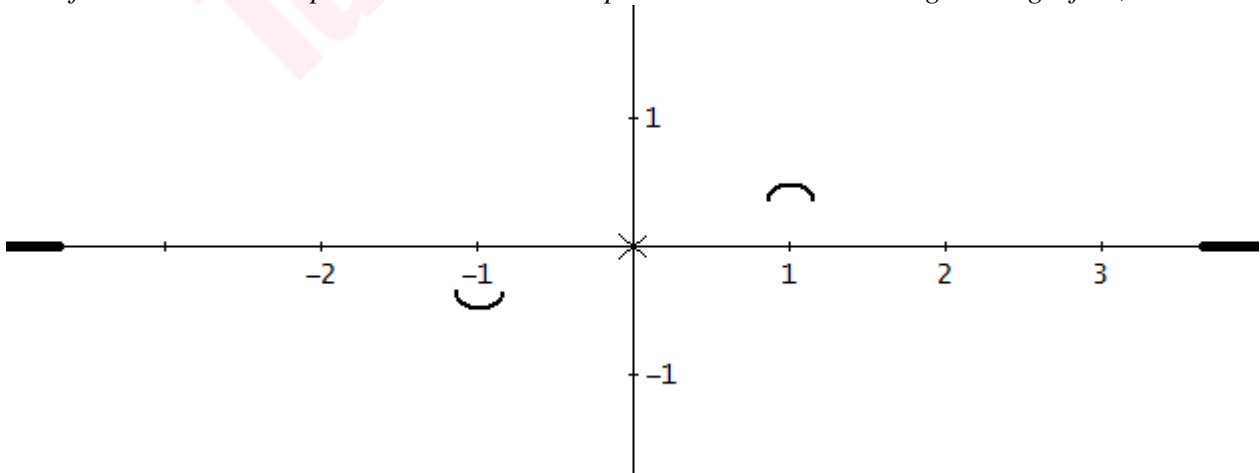
en  $x = -1$  hay un mínimo local y en  $x = 1$  hay un máximo local.

$$x = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{-1}{1+(-1)^2} = \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2} \quad \text{Mínimo local en el punto } \left(-1, \frac{-1}{2}\right)$$

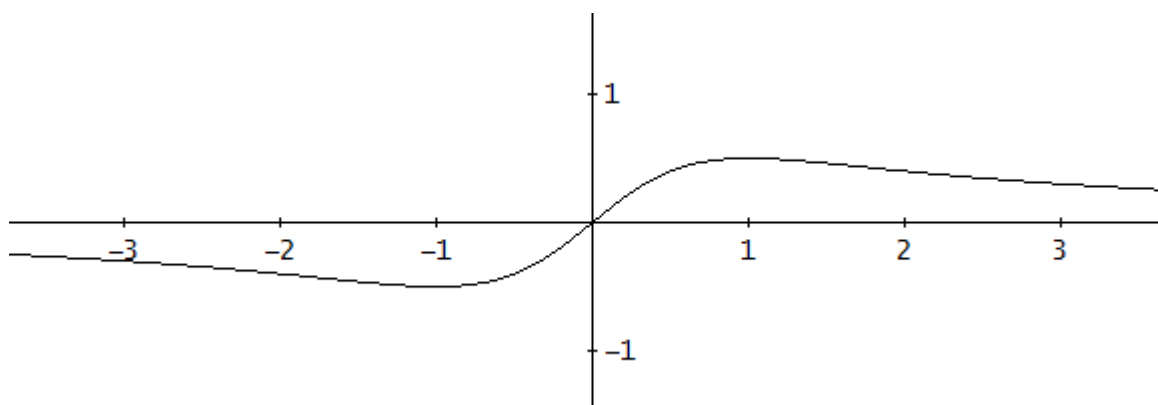
$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad \text{Máximo local en el punto } \left(1, \frac{1}{2}\right)$$

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

La información de los apartados anteriores la podemos resumir en el siguiente gráfico,



luego la representación gráfica de  $f(x)$  será,



Tu Profe al Rescate

## **BLOQUE B**

**PROBLEMA B2.** La especialidad de una pastelería es la fabricación de cajas de bombones Xupladitis. Los costes de fabricación,  $C(x)$  en euros, están relacionados con el número de cajas producidas,  $x$ , mediante la función:  $C(x) = 0,1 x^2 + 20 x + 2500$

Si el precio de venta de una caja de bombones es de 80 euros y se venden todas las cajas producidas, se pide:

- La función de ingresos que obtiene la pastelería con la venta de las cajas.
- La función de beneficios, entendida como diferencia entre ingresos y costes de fabricación.
- El número de cajas de bombones que se deben producir para maximizar el beneficio y el beneficio máximo.

*Solución:*

*Llamamos  $x = n^\circ$  de cajas producidas*

*Coste de fabricación, en euros, de  $x$  cajas:  $C(x) = 0,1 x^2 + 20 x + 2500$ ,  
precio de venta de la caja 80 €, se venden todas las cajas producidas.*

- a) *La función de ingresos,*

$$I(x) = 80 x$$

- b) *La función de beneficios,*

*$B(x) = \text{Ingresos} - \text{Costes}$ , por lo tanto*

$$B(x) = 80 x - (0,1 x^2 + 20 x + 2500) = -0,1 x^2 + 60 x - 2500$$

- c) *Número de cajas de bombones a producir para maximizar el beneficio y éste.*

*Busquemos el máximo local de  $B(x)$ .*

$$B'(x) = -0,2 x + 60$$

$$-0,2 x + 60 = 0; \quad 60 = 0,2 x; \quad x = 60 / 0,2 = 300$$

*Como  $B(x)$  es una parábola con coeficiente de  $x^2$  negativo,  $x = 300$  es un máximo local. Y además es el absoluto.*

$$x = 300, \quad B(300) = -0,1 \cdot 300^2 + 60 \cdot 300 - 2500 = 6500$$

*Por tanto, para maximizar el beneficio hay que producir 600 cajas de bombones y el beneficio máximo será de 6500 €.*

### **BLOQUE C**

**PROBLEMA C1.** Cierta estudio de mercado revela que el 50% de los entrevistados consume el producto A, el 40% consume el producto B y el 25% no consume ninguno de ellos. Si seleccionamos al azar un individuo de los entrevistados, expresa los siguientes sucesos en función de los sucesos simples  $A=\{\text{Consumir A}\}$  y  $B=\{\text{Consumir B}\}$ , y calcula su probabilidad

- Que consuma los dos productos.
- Que sólo consuma uno de los productos.
- Si sabemos que consume el producto A, que consuma también el B.

*Solución:*

De los datos del problema sabemos que  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.4$  y  $P(\overline{A \cup B}) = 0.25$

a) Probabilidad que consuma los dos productos, nos piden  $P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{como } P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \rightarrow 0.25 = 1 - P(A \cup B) \rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0.25 = 0.75$$

Por lo que

$$0.75 = 0.5 + 0.4 - P(A \cap B) \rightarrow 0.75 = 0.9 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 0.9 - 0.75 = 0.15$$

b) Probabilidad que sólo consuma uno de los productos.

Llamando  $C = \{\text{consumir sólo uno de los productos}\}$

$$P(C) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.75 - 0.15 = 0.6$$

c) Probabilidad que consuma el producto B, sabiendo que consume el A.

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.5} = 0.3$$

**BLOQUE C**

**PROBLEMA C2.** Se realiza un estudio de mercado sobre la venta de turismos y coches todoterreno y se observa que el 20% de las compras de todoterreno corresponden a personas que adquieren un coche por primera vez, mientras que este porcentaje se duplica en el caso de los turismos. Además, el 75% de las ventas de coches corresponde a turismos.

- ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona que ha comprado un coche y que éste no sea el primer coche que compra?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el primer coche adquirido por una persona sea un turismo?
- ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona que ha comprado un coche y que éste no sea el primer coche que compra y, además, sea un todoterreno?

*Solución:*

*Si utilizamos los siguientes sucesos:*

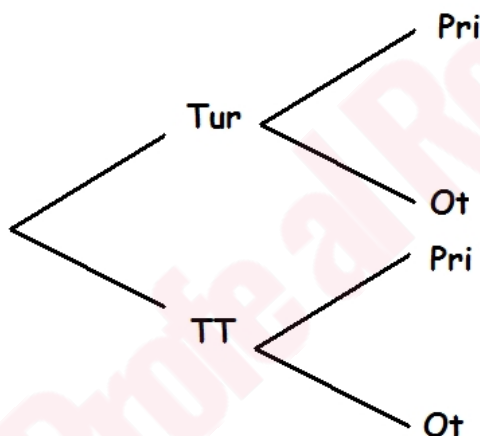
*Tur = comprar un turismo*

*TT = comprar un todoterreno*

*Pri = adquirir un coche por primera vez*

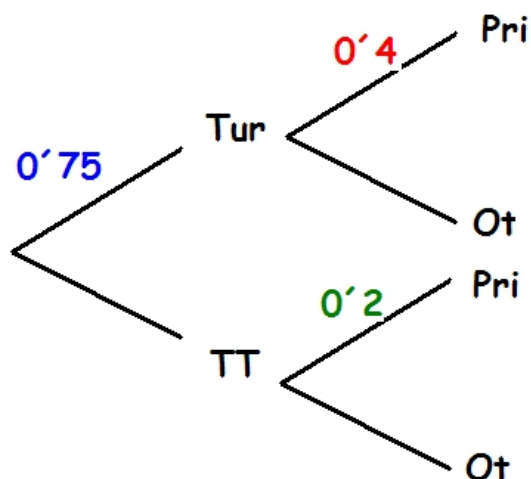
*Ot = adquirir un coche por otras veces*

*El árbol del problema sería:*

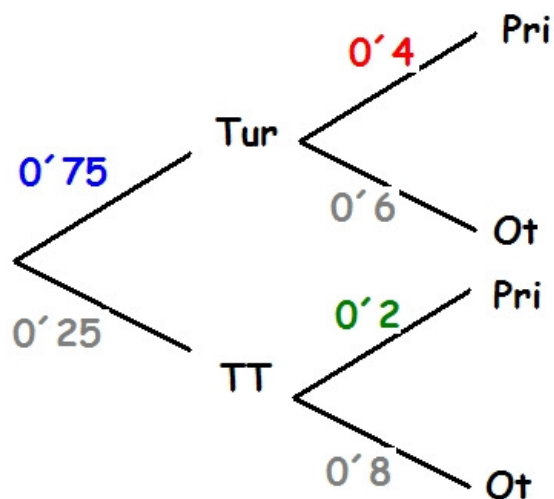


*Añadiendo los datos del problema al árbol,*

*“el 75% de las ventas de coches corresponde a turismos”,*  
*“se observa que el 20% de las compras de todoterreno corresponden a personas que adquieren un coche por primera vez”*  
*“mientras que este porcentaje se duplica en el caso de los turismos”*



*Finalmente, el árbol completo sería,*



En la resolución del problema hay que tener en cuenta que el estudio se refiere únicamente a personas que compran coches, no están consideradas en el estudio la personas que no compran coches.

a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona que ha comprado un coche y que éste no sea el primer coche que compra?

$$P(Ot) = P(Tur \cap Ot) + P(TT \cap Ot) = 0.75 \cdot 0.6 + 0.25 \cdot 0.8 = 0.65$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer coche adquirido por una persona sea un turismo?

$$P(Tur \cap Pri) = 0.75 \cdot 0.4 = 0.3$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona que ha comprado un coche y que éste no sea el primer coche que compra y, además, sea un todoterreno?

$$P(TT \cap Ot) = 0.25 \cdot 0.8 = 0.2$$

## BLOQUE D

**PROBLEMA D1.** Una empresa va a construir dos tipos de apartamentos, uno de lujo y otro de superlujo. El coste del modelo de lujo es de 1 millón de euros y del de superlujo 1,5 millones, disponiendo para la operación 60 millones de euros. Para evitar riesgos, se cree conveniente construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo y, en todo caso, no construir más de 45 apartamentos de lujo. ¿Cuántos apartamentos de cada tipo le interesa construir a la empresa si quiere maximizar el número total de apartamentos construidos? ¿Agotará el presupuesto disponible?

*Solución:*

*Utilizamos las siguientes variables:*

$x = \text{n}^\circ \text{ de apartamentos de lujo}$

$y = \text{n}^\circ \text{ de apartamentos de superlujo}$

*Del enunciado del problema obtenemos:*

“Dispone para la operación de 60 millones de euros”  $\rightarrow 1.000.000 x + 1.500.000 y \leq 60.000.000 \rightarrow 10x + 15y \leq 600 \rightarrow 2x + 3y \leq 120$

“construir al menos tantos apartamento de lujo como de superlujo”  $\rightarrow x \geq y$

“no construir más de 45 apartamentos de lujo”  $\rightarrow x \leq 45$

“maximizar el número total de apartamentos construidos”  $\rightarrow \text{maximizar } z = x + y$

*Por lo tanto el problema a resolver será:*

Maximizar  $z = x + y$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 2x + 3y \leq 120 \\ x \leq 45 \\ x \geq y \\ x, y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

*Cálculos para representar las restricciones*

$$2x + 3y \leq 120$$

$$(1) \quad 2x + 3y = 120$$

| $x$ | $y$ |
|-----|-----|
| 0   | 40  |
| 60  | 0   |

¿(0,0) cumple?

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 120 \quad \text{Sí}$$

$$x \leq 45$$

$$(2) \quad x = 45$$

| $x$ | $y$ |
|-----|-----|
| 45  | 0   |
| 45  | 40  |

¿(0,0) cumple?

$$0 \leq 45 \quad \text{Sí}$$

$$x \geq y$$

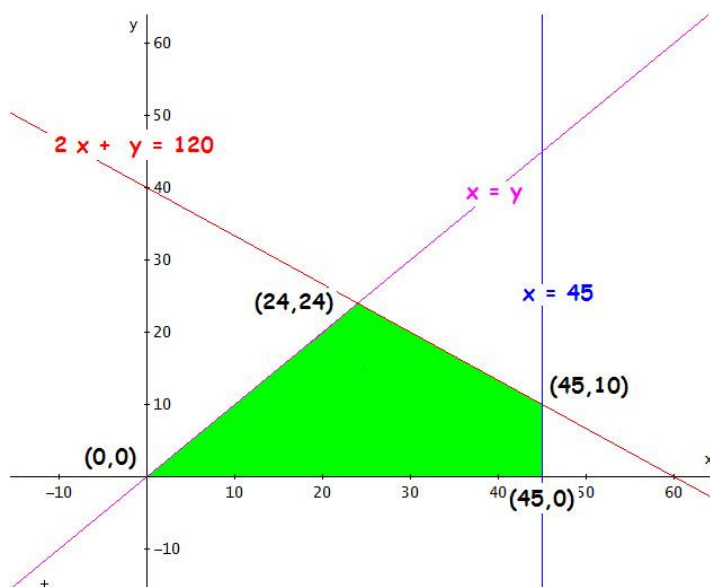
$$(3) \quad x = y$$

| $x$ | $y$ |
|-----|-----|
| 0   | 0   |
| 60  | 60  |

¿(20,10) cumple?

$$20 \geq 10 \quad \text{Sí}$$

*La representación gráfica:*



La región factible es cerrada y limitada por los puntos que calcularemos a continuación.

La región factible son los puntos de coordenada natural de la zona coloreada.

Los vértices de la región del apartado anterior los obtendremos calculando los siguientes puntos de corte,

A,  $(1) \cap (3)$

$$\begin{cases} (1) \ 2x + 3y = 120 \\ (3) \ x = y \end{cases}$$

sustituyendo el valor de  $x$  en la 1ª ecuación,

$$2y + 3y = 120$$

$$5y = 120$$

$$y = \frac{120}{5} = 24$$

$$\text{luego } x = 24 \rightarrow A(24, 24)$$

B,  $(1) \cap (2)$

$$\begin{cases} (1) \ 2x + 3y = 120 \\ (2) \ x = 45 \end{cases}$$

sustituyendo el valor de  $x$  en la 1ª ecuación,

$$2 \cdot 45 + 3y = 120$$

$$90 + 3y = 120$$

$$3y = 120 - 90$$

$$3y = 30$$

$$y = \frac{30}{3} = 10 \rightarrow B(45, 10)$$

Los otros dos vértices de la región son, evidentemente,  $(0, 0)$  y  $(45, 0)$

Sabemos que la función  $z$  alcanzará el máximo en alguno de los extremos de la región.

| $(x, y)$   | $z = x + y$           |
|------------|-----------------------|
| $(0,0)$    | 0                     |
| $(24,24)$  | $24 + 24 = 48$        |
| $(45, 10)$ | $45 + 10 = 55$ máximo |
| $(45,0)$   | 45                    |

El máximo se alcanza en el punto  $(45, 10)$  que significa: la empresa debe construir 45 apartamento de lujo y 10 de superlujo para maximizar el número total de apartamentos construidos con las restricciones impuestas.

El coste de construir este número de apartamentos será de,

$$1.000.000 \cdot 45 + 1.500.000 \cdot 10 = 45.000.000 + 15.000.000 = 60.000.000 \text{ €}$$

por lo que agota el presupuesto disponible.

**BLOQUE D****PROBLEMA D2.** Dado el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x + 3y + 5 \geq 0 \\ y - 4x \geq -6 \\ 3y - x \leq 4 \\ y - x \leq 2 \end{cases}$$

- a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones del mismo y determina sus vértices.  
 b) Obtén los puntos donde la función  $f(x, y) = 2x - 3y$  alcanza los valores mínimo y máximo en dicha región.

*Solución:*

a) Cálculos para representar las restricciones

$x + 3y + 5 \geq 0$

(1)  $x + 3y + 5 = 0$

|    |    |
|----|----|
| x  | y  |
| 0  | -5 |
| -5 | 0  |

 $\checkmark(0,0)$  cumple?

$0 + 3 \cdot 0 + 5 \geq 0$  Sí

$y - 4x \geq -6$

(2)  $y - 4x = -6$

|     |    |
|-----|----|
| x   | y  |
| 0   | -6 |
| 3/4 | 0  |

 $\checkmark(0,0)$  cumple?

$0 - 4 \cdot 0 \geq -6$  Sí

$3y - x \leq 4$

(3)  $3y - x = 4$

|    |     |
|----|-----|
| x  | y   |
| 0  | 4/3 |
| -4 | 0   |

 $\checkmark(0,0)$  cumple?

$3 \cdot 0 - 0 \leq 4$  Sí

$y - x \leq 2$

(4)  $y - x = 2$

|    |   |
|----|---|
| x  | y |
| 0  | 2 |
| -2 | 0 |

 $\checkmark(0,0)$  cumple?

$0 - 0 \leq 2$  Sí

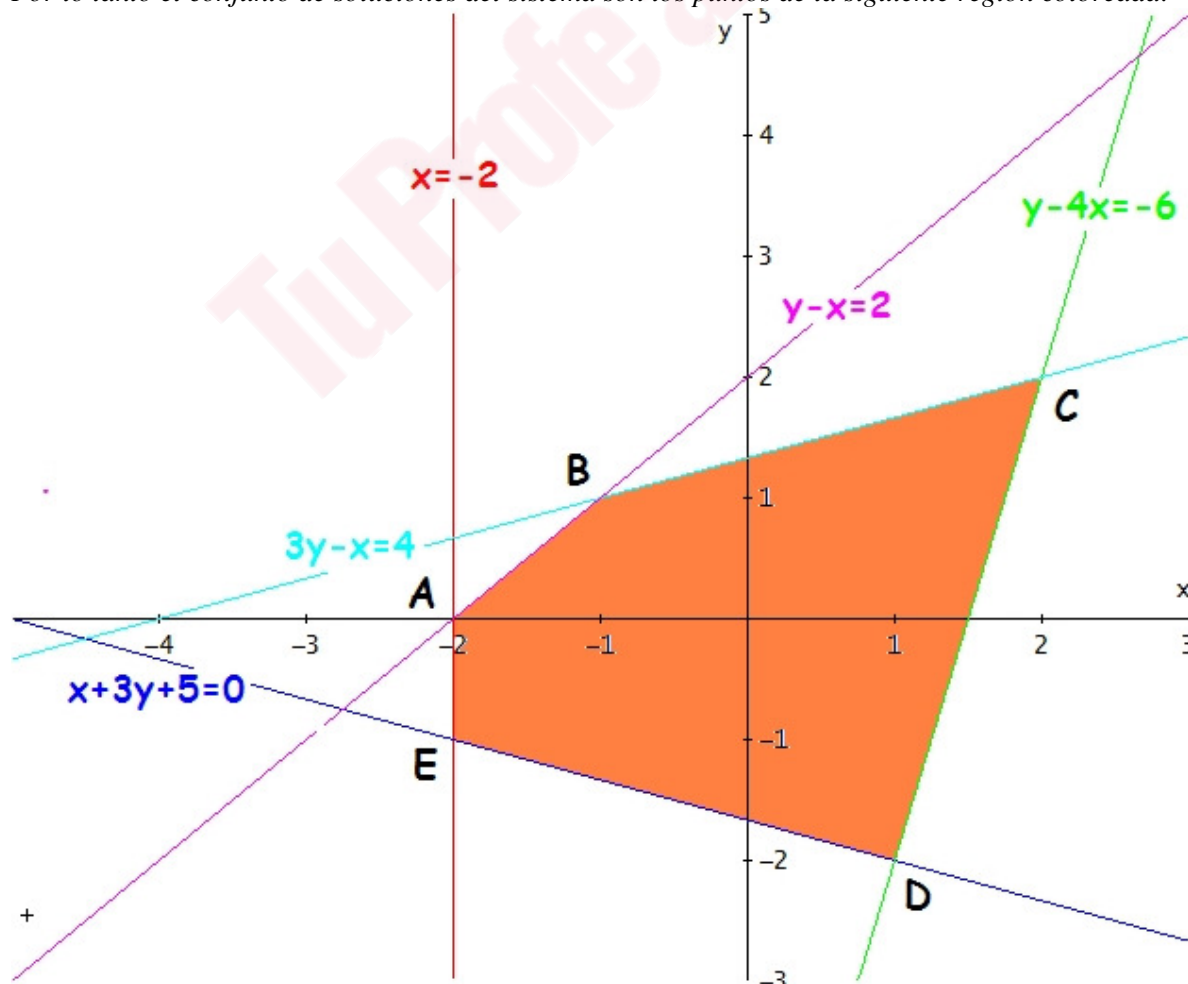
$x \geq -2$

(5)  $x = -2$

 $\checkmark(0,0)$  cumple?

$0 \geq -2$  Sí

Por lo tanto el conjunto de soluciones del sistema son los puntos de la siguiente región coloreada:



Los vértices de la región factible los obtendremos calculando los siguientes puntos de corte,

$$A, (4) \cap (5)$$

$$(3) \begin{cases} y - x = -2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = -2 \end{cases}$$

sustituyendo en valor de  $x$  en 1ª ecuación,

$$y - (-2) = -2$$

$$y + 2 = -2$$

$$y = -4 \rightarrow A(-2, 0)$$

$$B, (3) \cap (4)$$

$$(3) \begin{cases} 3y - x = 4 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y - x = 2 \end{cases}$$

$$1^a.(-1) \begin{cases} -3y + x = -4 \end{cases}$$

$$2^a \begin{cases} y - x = 2 \end{cases}$$

sumando,

$$-2y = -2$$

$$y = 1$$

sustituyendo en 2ª,

$$1 - x = 2$$

$$-x = 2 - 1$$

$$-x = 1 \rightarrow x = -1 \rightarrow B(-1, 1)$$

$$E, (1) \cap (5)$$

$$(3) \begin{cases} x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = -2 \end{cases}$$

sustituyendo en valor de  $x$  en 1ª ecuación,

$$-2 + 3y + 5 = 0$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

$$y = \frac{-3}{3} = -1 \rightarrow A(-2, -1)$$

$$C, (2) \cap (3)$$

$$(2) \begin{cases} y - 4x = -6 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3y - x = 4 \end{cases}$$

$$1^a.(-3) \begin{cases} -3y + 12x = 18 \end{cases}$$

$$2^a \begin{cases} 3y - x = 4 \end{cases}$$

sumando,

$$11x = 22 \rightarrow x = \frac{22}{11} = 2$$

sustituyendo en 1ª,

$$y - 4 \cdot 2 = -6 \rightarrow y - 8 = -6 \rightarrow y = -6 + 8$$

$$y = 2 \rightarrow C(2, 2)$$

$$D, (1) \cap (2)$$

$$(1) \begin{cases} x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y - 4x = -6 \end{cases}$$

$$\text{arreglamos el sistema} \begin{cases} x + 3y = -5 \\ -4x + y = -6 \end{cases}$$

$$1^a.4 \begin{cases} 4x + 12y = -20 \end{cases}$$

$$2^a \begin{cases} -4x + y = -6 \end{cases}$$

sumando,

$$13y = -26 \rightarrow y = \frac{-26}{13} = -2$$

sustituyendo en 2ª,

$$-2 - 4x = -6 \rightarrow -4x = -6 + 2 \rightarrow -4x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-4} = 1 \rightarrow D(1, -2)$$

Los vértices pedidos son los puntos

$$A(-2, 0), B(-1, 1), C(2, 2), D(1, -2) \text{ y } E(-2, -1)$$

c) Sabemos que la función  $f(x,y)$  alcanzará el mínimo y el máximo en los extremos de la región.

| $(x, y)$   | $f(x, y) = 2x - 3y$                         |        |
|------------|---------------------------------------------|--------|
| $(-2, 0)$  | $2 \cdot (-2) - 3 \cdot 0 = -4$             |        |
| $(-1, 1)$  | $2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 = -2 - 3 = -5$    | mínimo |
| $(2, 2)$   | $2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 4 - 6 = -2$        |        |
| $(1, -2)$  | $2 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) = 2 + 6 = 8$      | máximo |
| $(-2, -1)$ | $2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-1) = -4 + 3 = -1$ |        |

Luego  $f(x,y)$ , en dicha región, alcanza su máximo en el punto  $(1, -2)$  {que es 8} y su mínimo en el punto  $(-1, 1)$  {que es -5}.

Tu Profe al Rescate