

ANDALUCÍA · PAU 2015 · ORDINARIA

# Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea el mínimo posible.

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - \cos(x)}{\sec(x^2)}$  es finito e igual a uno, calcula los valores de  $a$  y  $b$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula  $\int \frac{-x^2}{x^2 + x - 2} dx$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Determina la función  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que  $f''(x) = \ln(x)$  y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto  $P(1, 2)$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

## Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = -1 \\ \lambda x + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discute el sistema según los valores de  $\lambda$ .

b) 1 punto

Resuelve el sistema para  $\lambda = 0$ .

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$$

a) 1,5 puntos

Encuentra el valor, o los valores, de  $m$  para los que  $A$  y  $B$  tienen el mismo rango.

b) 1 punto

Determina, si existen, los valores de  $m$  para los que  $A$  y  $B$  tienen el mismo determinante.

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean los puntos  $A(0, 1, 1)$ ,  $B(2, 1, 3)$ ,  $C(-1, 2, 0)$  y  $D(2, 1, m)$ .

a) 0,75 puntos

Calcula  $m$  para que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  estén en un mismo plano.

b) 0,75 puntos

Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos  $A$  y  $B$  son simétricos.

c) 1 punto

Calcula el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea el plano  $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$ .

a) 1,5 puntos

Calcula el punto  $P'$ , simétrico del punto  $P(2, -1, 5)$  respecto del plano  $\pi$ .

b) 1 punto

Calcula la recta  $r'$ , simétrica de la recta  $r \equiv \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$  respecto del plano  $\pi$ .