

MADRID · PAU 2011 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. INSTRUCCIONES: El alumno debe elegir una de las dos OPCIONES A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba podrá utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo. TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 3 puntos

Se considera la región S acotada plana definida por las cinco condiciones siguientes:

$$x + 2y \leq 4 \quad ; \quad x - 2y \leq 4 \quad ; \quad 2x - 3y \geq -6 \quad ; \quad 2x + 3y \geq -6 \quad ; \quad x \leq 2$$

a) puntos

Dibújese S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) puntos

Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S y especifíquense los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 3 puntos

Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix} \quad ; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) puntos

Calcúlense a, b para que se verifique la igualdad $AB = BA$.

b) puntos

Calcúlense c, d para que se verifique la igualdad $A^2 + cA + dI = O$.

c) puntos

Calcúlense todas las soluciones del sistema lineal:

$$(A - I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

OPCIÓN A 3 puntos

Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$.

a) puntos

Determinense las asíntotas de f . Calcúlense los extremos relativos de f .

b) puntos

Represéntese gráficamente la función f .

c) puntos

Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f , la recta horizontal $y = 1$, la recta vertical $x = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 3 puntos

Se considera un rectángulo R de lados x, y .

a) puntos

Si el perímetro de R es igual a 12 m, calcúlense x, y para que el área de R sea máxima y calcúlese el valor de dicha área máxima.

b) puntos

Si el área de R es igual a 4 m², calcúlense x, y para que el perímetro de R sea mínimo y calcúlese el valor de dicho perímetro mínimo.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se supone que la probabilidad de que nazca una niña es 0,49 y la probabilidad de que nazca un niño es 0,51. Una familia tiene dos hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean niños, condicionada porque al menos uno sea niño?

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se dispone de tres urnas, A, B y C . La urna A contiene 1 bola blanca y 2 bolas negras, la urna B contiene 2 bolas blancas y 1 bola negra y la urna C contiene 3 bolas blancas y 3 bolas negras. Se lanza un dado equilibrado y si sale 1, 2 o 3 se escoge la urna A , si sale el 4 se escoge la urna B y si sale 5 o 6 se elige la urna C . A continuación, se extrae una bola de la urna elegida.

a) puntos

¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?

b) puntos

Si se sabe que la bola extraída ha sido blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola haya sido extraída de la urna C ?

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Se supone que la presión diastólica en una determinada población se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 98 mm y desviación típica 15 mm. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 9.

a) puntos

Calcúlese la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 100 mm.

b) puntos

Si se sabe que la media muestral es mayor que 100 mm, ¿cuál es la probabilidad de que sea también menor que 104 mm?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Para determinar el coeficiente de inteligencia θ de una persona se le hace contestar un conjunto de tests y se obtiene la media de sus puntuaciones. Se supone que la calificación de cada test se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media θ y desviación típica 10.

a) puntos

Para una muestra aleatoria simple de 9 tests, se ha obtenido una media muestral igual a 110. Determinése un intervalo de confianza para θ al 95 %.

b) puntos

¿Cuál es el número mínimo de tests que debería realizar la persona para que el valor absoluto del error en la estimación de su coeficiente de inteligencia sea menor o igual que 5, con el mismo nivel de confianza?