

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Una firma automovilística fabrica tres modelos de coches: M1, M2 y M3, y produce un 35% de vehículos en Estados Unidos, un 45% en China y un 20% en Alemania.

En la planta de Estados Unidos se fabrican un 38% de vehículos del modelo M1, un 42% del M2 y un 20% del M3; en la de China un 42% del M1, un 40% del M2 y un 18% del M3; y en la de Alemania un 24% del M1, un 40% del M2 y un 36% del M3.

El control de calidad ha detectado que en Estados Unidos un 3% de los coches presenta algún tipo de defecto, en China un 4% y en Alemania un 1%.

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto?
- 1.2 **(0.75 puntos)** Si un coche no presenta ningún defecto, ¿Cuál es la probabilidad de que esté fabricado en Estados Unidos?
- 1.3 **(1 punto)** Dados 9 coches fabricados en Alemania, calcular la probabilidad que al menos 3 sean del modelo M2.

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

- 2.1 Una empresa de producción agrícola desarrolla fertilizantes que combinan tres nutrientes esenciales: nitrógeno (N), fósforo (P) y potasio (K). Se representan por x , y , z las cantidades en kilogramos a usar por lote de N, P, K, respectivamente. Estas cantidades deben cumplir las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 4y + \alpha z = 30 \\ -2x + y + z = 4 \\ 2x - y + \alpha z = 10 \end{cases}$$

donde α es un parámetro real.

- 2.1.1 (1.25 puntos) Discutir, en función del parámetro α , el sistema de ecuaciones anterior.
- 2.1.2 (1.25 puntos) Obtener las cantidades x, y, z en el caso de que el sistema sea compatible.

2.2 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & m^2 \end{pmatrix},$$

donde m es un parámetro real, se pide:

- 2.2.1 (0.5 puntos) Calcular el producto AB y la matriz traspuesta de AB .
- 2.2.2 (0.75 puntos) En los casos en los que A es invertible, calcular la inversa de A .
- 2.2.3 (0.75 puntos) Resolver la ecuación matricial $BX + A^2 = C$.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Dados el plano

$$\pi \equiv 2x + ay - z + 3 = 0 \quad y \quad la \quad recta$$

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 4y - z = 0 \\ -x + y + 5z = 3 \end{cases}$$

- 3.1.1 (0.75 puntos) Calcular la distancia entre el punto $(3, 1, -2)$ y el plano π , en función del parámetro real a .
- 3.1.2 (0.75 puntos) Para $a = 4$, calcular el ángulo que forma la recta r con el plano π .
- 3.1.3 (1 punto) Para $a = 3$, calcular el punto simétrico del punto $\left(\frac{9}{2}, 5, -1\right)$ respecto del plano π .

3.2 Dada la recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{\alpha}$, que depende del parámetro real α , y la recta

$$s: \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

- 3.2.1 (1.25 puntos) Calcular el valor del parámetro real α para el que r y s son perpendiculares.
- 3.2.2 (1.25 puntos) Suponiendo que $\alpha \neq 0$, obtener la recta paralela a s que pase por el punto de r cuya coordenada z vale 0.

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Se considera un prisma triangular de altura h cm, cuya base es un triángulo equilátero de lado x cm. El prisma tiene área total (área que incluye el área de las caras laterales y de las bases superior e inferior) igual a 10 cm^2 . Se pide:

4.1.1 (0.5 puntos) Expresar el área total del prisma en función de x y h .

4.1.2 (1.5 puntos) Obtener los valores de x y h que maximizan el volumen.

4.1.3 (0.5 puntos) Hallar dicho volumen.

4.2 Dada la función real de variable real $f(x) = \frac{4}{(x-1)^2} + x$, se pide:

4.2.1 (0.5 puntos) Calcular el dominio de definición y las asíntotas de f .

4.2.2 (0.75 puntos) Indicar, si existen, los extremos, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

4.2.3 (0.5 puntos) Representar gráficamente la función $y = f(x)$.

4.2.4 (0.5 puntos) Calcular la integral indefinida $\int f(x) dx$.