

MADRID · PAU 2010 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. Calificación total máxima: 10 puntos. Tiempo: Hora y media.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 3 puntos

Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} = 3$, y utilizando las propiedades de los determinantes, calcular:

a) 1 punto

El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{pmatrix}^4$.

b) 1 punto

$\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3\alpha & 3\beta & 3\gamma \end{vmatrix}$.

c) 1 punto

$\begin{vmatrix} 3\alpha + 2 & 3\beta + 4 & 3\gamma + 6 \\ 2\alpha & 2\beta & 2\gamma \\ \alpha + 6 & \beta & \gamma + 3 \end{vmatrix}$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 3 puntos

Dadas las funciones:

$$y = 9 - x^2, \quad y = 2x + 1,$$

se pide:

a) 1 punto

Dibujar las gráficas de las dos funciones identificando el recinto acotado por ellas.

b) 1 punto

Calcular el área de dicho recinto acotado.

c) 1 punto

Hallar el volumen del cuerpo de revolución obtenido al hacer girar alrededor del eje OX el recinto acotado por la gráfica de $y = 9 - x^2$ y el eje OX .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 3 puntos

Dada la recta:

$$r \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$$

y el punto $P(2, 0, -1)$, se pide:

a) 1 punto

Hallar la distancia del punto P a la recta r .

b) 2 puntos

Hallar las coordenadas del punto P' simétrico de P respecto de la recta r .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 3 puntos

Dados el plano $\pi \equiv 2x + ay + 4z + 25 = 0$ y la recta:

$$r \equiv x + 1 = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{5}$$

se pide:

a) 1 punto

Calcular los valores de a para los que la recta r está contenida en el plano π .

b) 1 punto

Para el valor $a = -2$, hallar el punto (o los puntos) que pertenecen a la recta perpendicular a π que pasa por $P(-3/2, 0, -11/2)$, y que dista (o distan) 6 unidades de π .

c) 1 punto

Para $a = -2$, halla el seno del ángulo que forman r y π .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Hallar:

a) 1 punto

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sqrt[3]{3+5x-8x^3}}{1+2x} \right]^{25}.$$

b) 1 punto

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x^3)^{2/x^3}.$$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + my + 3z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \\ 5x + (m+1)y + z = 9 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discutir el sistema según los valores de m .

b) 0,5 puntos

Resolver el sistema para el caso $m = 0$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Dada la función $f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5)$, donde $\ln$ significa logaritmo neperiano, se pide:

a) 1 punto

Determinar el dominio de definición de $f(x)$ y las asíntotas verticales de su gráfica.

b) 1 punto

Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ estudiar para qué valores de a tiene inversa y calcularla siempre que sea posible.

Tu Profe al Rescate