

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del Apartado 1, un problema del Apartado 2 y el problema del Apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} I & 0 & 2 \\ -I & 3 & I \end{pmatrix}, \quad B = (I \quad I \quad 0), \quad C = (I \quad 2) \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ I & 5 \end{pmatrix}$$

Sabiendo que, si K es una matriz, K^t representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular $M = A B^t C - D$. (0,75 puntos)
- Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar M^2 y M^8 . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices $C C^t$ y $C^t C$. (0,5 puntos)
- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} I & I \\ 2 & -I \end{pmatrix}^t = (C^t B)$. (1 punto)

Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. Una empresa agrícola que se dedica al cultivo de frutas tropicales ha implementado un sistema de riego automatizado para optimizar el consumo de agua. La función que describe la necesidad de agua del cultivo (en m³/día) tras x días de crecimiento, para x entre 0 y 30, es:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 10 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ 3x + 9 & \text{si } 8 < x \leq 20 \\ 70 & \text{si } 20 < x \leq 30 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo $[0,30]$. (0'75 puntos)
- b) Determina en qué días la necesidad de agua es máxima y mínima. (2 puntos)
- c) Calcula el área delimitada por esta función y el eje OX entre los días 3 y 7. (0'75 puntos)

Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. (0,75 puntos)
- b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. (1 punto)
- c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? (1 punto)

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado. (3 puntos)

Problema 3. Manuel va a celebrar su cumpleaños y ha invitado a dos grupos de amigos que no se conocen entre sí: del instituto y de su barrio. Cada grupo va a una tienda distinta a comprar un regalo. El grupo del instituto va a la tienda A, donde un 40% de los regalos son libros, un 15% es ropa y un 45% son juegos. El grupo de su barrio va a la tienda B, donde el 20% son libros, el 10% es ropa y el 70% son juegos. Supón que cada grupo elige aleatoriamente su regalo. Calcula:

- a) La probabilidad de que Manuel tenga dos regalos de distinto tipo. (1 punto)
- b) La probabilidad de que Manuel tenga como regalo un libro o un juego. (1 punto)
- c) La probabilidad de que, si uno de los regalos es ropa y el otro no, el regalo de ropa se haya comprado en la tienda A. (1 punto)