

CATALUÑA · PAU 2018 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A · 2 puntos

Considere las matrices M de la forma $M = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, en las que a es un número real.

a) 1 punto

Determine a de manera que $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -2a & -1 \end{pmatrix}$.

b) 1 punto

Determine a de manera que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, en que M^{-1} representa la matriz inversa de M . Es decir, $M \cdot M^{-1} = I$, en que I es la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 1

OPCIÓN B · 2 puntos

Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4}$.

a) 1 punto

Indique justificadamente el dominio y determine los puntos en los que la gráfica de f corta al eje de las abscisas.

b) 1 punto

Estudie el crecimiento y haga un esbozo aproximado de la gráfica de la función.

Ejercicio 2

OPCIÓN A · 2 puntos

Considere la función $f(x) = \frac{x^2}{x-a}$, en la que a es un parámetro real.

a) 1 punto

Halle para qué valores del parámetro a la recta tangente a la función f en $x = 1$ es paralela a la recta $y + 3x + 5 = 0$.

b) 1 punto

Para el valor del parámetro $a = 1$, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos donde se alcanzan los máximos y mínimos relativos de la función f .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Considere el pentágono $ABCDE$ de la figura siguiente:

a) 1 punto

Justifique que la región sombreada no se puede representar mediante un sistema de inecuaciones.

b) 1 punto

Escriba el sistema de inecuaciones que determina los puntos de la frontera y del interior del triángulo AED .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Pol quedó ayer con unos amigos en un bar y tomaron 4 refrescos, 3 bocadillos y 5 bolas de helado. Todo ello les costó 19,50 €. Días atrás, había ido al mismo bar con su primo Martí, y por 2 refrescos, 1 bocadillo y 2 bolas de helado habían pagado 8,10 €. En este bar todos los refrescos valen lo mismo, todos los bocadillos tienen el mismo precio y las bolas de helado se venden también a precio único.

a) 1 punto

Hoy Pol ha vuelto con otros amigos y han tomado 6 refrescos, 5 bocadillos y 8 bolas de helado. Explique razonadamente cuánto han pagado en total.

b) 1 punto

Si 1 refresco, 1 bocadillo y 1 bola de helado cuestan 5,10 €, ¿cuánto vale el refresco, el bocadillo y la bola de helado por separado?

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Sea $y = f(x)$ una parábola que tiene el vértice en el punto $V = (0, -4)$ y corta al eje de las abscisas en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.

a) 1 punto

Determine su ecuación.

b) 1 punto

Sea una función g tal que $g'(x) = f(x)$. Estudie el crecimiento de la función g , determine las abscisas de los extremos relativos y clasifíquelos.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Una empresa de materiales para coches fabrica dos modelos de una pieza determinada, que llamaremos A y B. Cada modelo se fabrica en una hora, mediante un proceso que consta de dos fases. En la primera fase del proceso se destinan 5 trabajadores, y en la segunda, 12. Para fabricar cada modelo, en la primera fase se necesita 1 trabajador para cada pieza. En cambio, en la segunda fase se necesitan 2 trabajadores para el modelo A y 3 trabajadores para el modelo B. El beneficio que se obtiene es de 40 € por el modelo A y 50 € por el modelo B.

a) 1,25 puntos

Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.

b) 0,75 puntos

¿Cuántas piezas de cada modelo por hora se deberán fabricar para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es este beneficio máximo?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{cases}$. Justifique si las afirmaciones siguientes son ciertas:

a) 1 punto

Este sistema de ecuaciones representa dos rectas paralelas porque ambas tienen pendiente -1 .

b) 1 punto

Este sistema es compatible determinado y la solución es $x = 1, y = 1$.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Una compañía de móviles presentó hace un año un teléfono inteligente al precio de 750 €. Recientemente, un estudio de mercado ha llegado a la conclusión de que, con este precio, compran el teléfono 2.000 clientes al mes, y que la relación entre estas dos variables es lineal, de manera que por cada 10 € que se incrementa el precio del móvil, lo compran 100 clientes menos, y a la inversa: por cada 10 € de descuento sobre el precio inicial de 750 €, lo compran 100 clientes más.

a) 1 punto

Deduzca que la función que determina los ingresos mensuales de la compañía según el precio del móvil es $I(p) = -10p^2 + 9.500p$.

b) 1 punto

Halle cuál debe ser el precio del móvil para obtener ingresos, el precio del móvil que da los ingresos mensuales más elevados y el valor de estos ingresos máximos.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Un fabricante de automóviles produce los modelos Record y Astrid. Almacena la producción en tres naves. En la primera nave tiene 150 vehículos del modelo Record y 120 vehículos del modelo Astrid. En la segunda guarda 80 Record y 140 Astrid. Finalmente, en la tercera nave almacena 250 Record y 125 Astrid. Además, el precio de los automóviles Record es de 6.520 €, mientras que cada Astrid vale 8.130 €. Toda esta información está recogida en las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 150 & 120 \\ 80 & 140 \\ 250 & 125 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 6.520 \\ 8.130 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

¿Qué representa la matriz $B \cdot A$? Calcúlela.

b) 1 punto

¿Qué representa la matriz $B \cdot A \cdot P$? Calcúlela.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

El número de individuos, en millones, de una población viene determinado por la función $P(t) = \frac{5+t^2}{(t+1)^2}$, en la que t mide el número de años transcurridos.

a) 1 punto

¿Cuál es la población inicial y la población después de 9 años? ¿A partir de qué momento la población será inferior a un millón de individuos?

b) 1 punto

Con el paso de los años, ¿hacia qué valor tenderá el número de individuos de la población?

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

A continuación se muestra la gráfica de una función f que presenta un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = -1$ y un máximo relativo en el punto de abscisa $x = 1$.

a) 1 punto

Sabiendo que $f'(0) = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a f que pasa por el origen de coordenadas.

b) 1 punto

Haga un esbozo de la gráfica de la función f' con los datos de que dispone.