

CATALUÑA · PAU 2010 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

18 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué es lo que quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se pueden usar calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la función siguiente:

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$$

a) 1 punto

Determine las asíntotas horizontales y verticales, si las hay.

b) 1 punto

Si $f'(x) > 0$ en todo el dominio de la función f , calcule los límites laterales cuando x tiende a -2 y haga un esbozo de la gráfica de la función f .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

En una tienda de comestibles hemos comprado botellas de agua a 0,5 € cada una, de leche a 1 € y de zumo de fruta a 1,5 €. Al llegar a la caja nos damos cuenta de que llevamos 40 botellas, cuyo coste total es de 38 €. También observamos que si las botellas de agua que llevamos fuesen de leche y las de leche fuesen de agua, la compra nos saldría 4 € más barata. Determine el número de botellas de cada bebida que hemos comprado.

Ejercicio 1

OPCIÓN C 2 puntos

Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} x + 5y + 2z = 2 \\ 2x + 4y + z = 4 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Determine la solución general, en función de z .

b) 0,5 puntos

Calcule la solución particular según la cual $z = 2$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la función siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Determine el valor de b para que la función f sea continua en el punto $x = 0$. Justifique si f puede ser discontinua en algún otro punto.

b) 1 punto

Justifique si, para valores positivos de x , la función f es creciente o decreciente.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Dada la función siguiente:

$$f(x) = \frac{-4x^2}{x+1}$$

a) 1 punto

Determine las asíntotas horizontales y verticales, si las hay.

b) 1 punto

Encuentre los puntos de la curva en los que la recta tangente es paralela a la recta $y = -3x + 4$.

Ejercicio 2

OPCIÓN C 2 puntos

Queremos construir el marco de una ventana rectangular de 100 dm^2 de superficie. El coste de cada decímetro de marco horizontal es de 6 €, mientras que el de cada decímetro de marco vertical es de 24 €. Calcule las dimensiones de la ventana para que el marco nos salga tan barato como sea posible.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Una tienda ha vendido 225 lápices de memoria de tres modelos diferentes, que llamaremos A, B y C, y ha ingresado un total de 10500 €. El lápiz A cuesta 50 €, y los modelos B e C son, respectivamente, un 10% y un 40% más baratos que el modelo A. La suma total de lápices vendidos de los modelos B y C es la mitad que la de lápices vendidos del modelo A. Calcule cuántos ejemplares se han vendido de cada modelo.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Considere la función $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

a) 1 punto

Indique los extremos relativos, si los hay, y clasifíquelos.

b) 1 punto

Escriba la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto de abscisa 0.

Ejercicio 3

OPCIÓN C 2 puntos

Un concesionario de motos comercializa dos modelos, uno de 125 cc y otro de 50 cc. Por cada moto de 125 cc que vende, gana 1000 € y por cada moto de 50 cc, gana 600 €. Por otro lado, para satisfacer los objetivos marcados por el fabricante, es necesario que el concesionario cumpla las condiciones siguientes: a) Vender entre 50 y 150 motos de 125 cc. b) Vender al menos tantas motos de 50 cc como de 125 cc. c) No vender más de 500 motos de 50 cc. Determine cuántas motos de cada tipo debe vender el concesionario para obtener el máximo beneficio, y calcule este beneficio máximo.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

En una empresa artesana que puede producir hasta 25 sillas semanales, la función de costes en relación con el número q de sillas producidas es

$$C(q) = \frac{q^3}{100} + 4q + 20$$

Si q es el número de sillas producidas, el coste medio de cada silla se expresa mediante la función

$$Q(q) = \frac{C(q)}{q}$$

a) 1 punto

Calcule el coste medio de cada silla, si la empresa produce 5 sillas. ¿Y si produce 20?

b) 1 punto

Determine cuántas sillas hay que producir para que el coste medio sea mínimo, justifique que se trata efectivamente de un mínimo y calcule este coste medio.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Una tienda de bisutería vende anillos y collares en lotes de dos tipos: el lote de tipo A está formado por un anillo y un collar, mientras que el lote de tipo B consta de 3 anillos y un collar. Sabemos que disponen de 1500 anillos y de 1000 collares. En cada lote de tipo A ganan 0,70 €, mientras que en cada lote de tipo B ganan 1 €. Indique cuántos lotes de cada tipo deben vender para obtener el máximo beneficio.

Ejercicio 4

OPCIÓN C 2 puntos

Considere la función siguiente:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$$

a) 1 punto

¿En qué punto de la curva la recta tangente a la gráfica de f es paralela a la recta $x + y = 5$?

b) 1 punto

Calcule las asíntotas horizontales y verticales de la función, si las hay, y haga un esbozo de la gráfica de la función f .

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Considere el triángulo ABC que se muestra en la figura siguiente:

a) 1 punto

Escriba el sistema de inecuaciones que determinan el triángulo ABC y el interior de este.

b) 1 punto

Indique los puntos de la región indicada en los que la función $z = 2x + y$ alcanza el valor máximo.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Considere las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Compruebe si estas dos matrices cumplen $(A + B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$.

b) 1 punto

Si P y Q son matrices cuadradas cualesquiera de orden 3, ¿qué condición se debe producir para que se cumpla $(P + Q)^2 = P^2 + 2P \cdot Q + Q^2$?

Ejercicio 5

OPCIÓN C 2 puntos

Dada la función $f(x) = x^2 \cdot e^x$:

a) 1 punto

Justifique si hay algún valor de x que cumpla $f(x) < 0$. ¿Hay algún valor de x que cumpla $f(x) = 0$?

b) 1 punto

Indique si la función f es creciente o decreciente en el punto $x = -1$. Estudie el crecimiento de la función f para los valores que cumplen $x > 0$.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la recta r , de ecuación $x + 2y = 4$.

a) 1 punto

Escriba la ecuación de una recta r' que pase por el origen de coordenadas y que forme con r un sistema de ecuaciones incompatible. Justifique cuál será la posición relativa de las dos rectas.

b) 1 punto

Considere otra recta, que llamaremos s , que forma con r un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que es compatible indeterminado. Justifique cuál es la posición relativa de las rectas r y s .

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

En una explotación ganadera se declara una epidemia, y los veterinarios prevén que la propagación de esta seguirá la función $f(x) = -2x^2 + 48x + 162$, en la que x representa el número de semanas que han transcurrido desde el momento de la declaración de la epidemia, y $f(x)$ indica el número de animales afectados.

a) 1 punto

¿Cuántos animales hay afectados en el momento de declararse la epidemia? ¿Cuántas semanas durará la epidemia hasta el momento en que ya no quede ningún animal afectado?

b) 1 punto

Indique cuál será el número máximo de animales afectados, y en qué semana se producirá.

Ejercicio 6

OPCIÓN C 2 puntos

Dadas las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcule A^{-1} y B^{-1} .

b) 1 punto

Determine X para que se cumpla la ecuación $A \cdot X \cdot B = 2C$.