

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Se tiene el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y - z = 1 - a \\ -x + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es compatible determinado. (2 puntos)
- Las soluciones del sistema cuando $a = 3$. (4 puntos)
- Las soluciones del sistema para los valores de a que lo hacen compatible indeterminado. (4 puntos)

PROBLEMA A.2. Dados los puntos $A = (-1, 2, \lambda)$, $B = (2, 3, 5)$ y $C = (3, 5, 3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El valor del parámetro λ para que el segmento AC sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices A , B y C . (3 puntos)
- El área del triángulo de vértices A , B y C cuando $\lambda = 6$. (4 puntos)
- La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A , B y C cuando $\lambda = 6$. (4 puntos)

PROBLEMA A.3. Dada la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$ se pide obtener, razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El dominio y las asíntotas de la función $f(x)$. (2 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$. (4 puntos)
- El área limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. (4 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 + 2A = 3I$, donde I es la matriz identidad. Calcular razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los valores de a y b para los cuales $A^{-1} = aA + bI$. (3 puntos)
- b) Los valores de α y β para los cuales $A^4 = \alpha A + \beta I$. (4 puntos)
- c) El determinante de la matriz $2B^{-1}$, sabiendo que B es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es 2. (3 puntos)

PROBLEMA B.2. Dados el punto $A(5,7,3)$ y la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$, se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La recta s que corta a la recta r , pasa por el punto A , y es perpendicular a la recta r . (4 puntos)
- b) La distancia del punto A a la recta r . (3 puntos)
- c) La distancia del punto $B(1,1,1)$ al plano π que pasa por $(3,-1,0)$ y es perpendicular a r . (2 puntos)

PROBLEMA B.3. Se divide un alambre de longitud 100 cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud x , se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud $100 - x$, se construye un cuadrado. Se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La función de la variable x que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo $0 \leq x \leq 100$. (4 puntos)
- b) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función (suma de las áreas en función de x obtenida en el apartado a)) alcanza su mínimo valor. (3 puntos)
- c) El valor de la variable x en el intervalo $[0,100]$ para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido. (3 puntos)