

ANDALUCÍA · PAU 2016 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

a) 0,75 puntos

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1,25 puntos

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

c) 0,5 puntos

Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^4$. Encuentra la recta horizontal que corta a la gráfica de f formando con ella un recinto de área $\frac{8}{5}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$ (sugerencia: $t = \sqrt{x}$).

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\begin{cases} 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \\ x - 3y + 5z = 2 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discute el sistema según los valores de λ .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo, si es posible, para $\lambda = 4$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcula el rango de $AB^T + \lambda I$ según los valores de λ (B^T es la matriz traspuesta de B , I es la matriz identidad de orden 3).

b) 1,5 puntos

Calcula la matriz X que verifica $CX - X = 2I$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el punto $A(1, -1, 1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases}$

a) 1,5 puntos

Calcula las coordenadas del punto simétrico de A respecto a r .

b) 1 punto

Determina la ecuación del plano que contiene a r y pasa por A .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones

$$x = y = z \quad \text{y} \quad \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$