

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El valor del determinante de la matriz $S = \begin{pmatrix} 2 & -2 & I \\ I & I & I \\ -I & 3 & 5 \end{pmatrix}$, (2 puntos) y la matriz S^{-1} ,

que es la matriz inversa de la matriz S . (2 puntos). Indicar la relación entre que el valor del determinante de una matriz S sea o no nulo y la propiedad de que esta matriz admita matriz inversa S^{-1} . (1 punto).

b) El determinante de la matriz $(4(T^2))^T$, sabiendo que T es una matriz cuadrada de 3 filas y que 20 es el valor del determinante de dicha matriz T . (3 puntos).

c) La solución a de la ecuación $\begin{pmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a+1 & -3 \\ a^2-1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2+4 & 1 \end{pmatrix}$. (2 puntos).

PROBLEMA A.2. Se dan los puntos $A = (1, 5, 7)$ y $B = (3, -1, -1)$. Se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Las ecuaciones de los planos π_1 y π_2 que son perpendiculares a la recta r que pasa por los puntos A y B , sabiendo que el plano π_1 pasa por el punto A y el plano π_2 pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos A y B . (4 puntos distribuidos en 2 puntos por cada plano).

b) La distancia entre los planos π_1 y π_2 . (2 puntos).

c) Las ecuaciones de la recta r que pasa por los puntos A y B , (2 puntos), y los puntos de la recta r que están a distancia 3 del punto $C = (1, 0, 1)$. (2 puntos).

Problema A.3. Sea f la función real definida por $f(x) = x e^x - 3x$.

Se pide la obtención razonada, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, de:

a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con el eje X . (2 puntos).

- b) El punto de inflexión de la curva $y = f(x)$, (2 puntos), así como la **justificación razonada** de que la función f es creciente cuando $x > 2$. (2 puntos).
- c) El área limitada por el eje X y la curva $y = f(x)$, cuando $0 \leq x \leq \ln 3$, donde $\ln$ significa logaritmo neperiano. (4 puntos).

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Se da el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} (1-\alpha)x + 2y + z = 4 \\ x + y - 2z = -4 \\ x + 4y - (\alpha+1)z = -2\alpha \end{cases}, \text{ donde}$$

α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores del parámetro α para los que el sistema es incompatible. (3 puntos).
- Los valores del parámetro α para los que el sistema es compatible y determinado. (3 puntos).
- Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 2$. (4 puntos).

PROBLEMA B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 10 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + y = 8 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Un vector director de cada recta (2 puntos) y la posición relativa de las rectas r y s . (2 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r . (3 puntos).
- La distancia entre las rectas r y s . (3 puntos).

Problema B.3. Un club deportivo alquila un avión de 80 plazas para realizar un viaje a la empresa VR. Hay 60 miembros del club que han reservado su billete. En el contrato de alquiler se indica que el precio de un billete será 800 euros si sólo viajan 60 personas, pero que el precio por billete disminuye en 10 euros por cada viajero adicional a partir de esos 60 viajeros que ya han reservado el billete.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El total que cobra la empresa VR si viajan 61, 70 y 80 pasajeros. (1 punto).
- El total que cobra la empresa VR si viajan $60 + x$ pasajeros, siendo $0 \leq x \leq 20$. (4 puntos).
- El número de pasajeros entre 60 y 80 que maximiza lo que cobra en total la empresa VR. (5 puntos)