

Características de la prueba.

Se elegirán TRES bloques y se hará un problema de cada uno de ellos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima de cada apartado.

La suma de las puntuaciones más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos o gráficos deben estar debidamente justificados.

Bloque 1. ÁLGEBRA LINEAL.

Problema 1.1. Dada la matriz $A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha - 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ \alpha & \alpha & -6 \end{pmatrix}$, se pide:

- Calcular, en función de α , el determinante de la matriz $A(\alpha)$, escribiendo los cálculos necesarios. (1,3 puntos).
- Determinar, razonadamente, los números reales α para los que el determinante de la matriz inversa de $A(\alpha)$ es igual a $1/66$. (2 puntos).

Problema 1.2. Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \\ 5x + 7y + \alpha z = 0 \end{cases}$$
, se pide:

- Deducir, razonadamente, para qué valores de α el sistema sólo admite la solución $(x, y, z) = (0, 0, 0)$. (1,5 puntos).
- Resolver, razonadamente, el sistema para el valor de α que lo hace indeterminado. (1,8 puntos).

Bloque 2. GEOMETRÍA.

Problema 2.1. Dados los puntos $P = (3, -1, 4)$ y $Q = (1, 0, -1)$, y el plano π de ecuación $\pi: x - 2y + 2z + 5 = 0$, se pide calcular razonadamente:

- La ecuación de la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π . (1,4 puntos).
- La ecuación de los planos que pasan por el punto P y son perpendiculares al plano π . (1 punto).
- La ecuación del plano π' que pasa por los puntos P y Q y es perpendicular al plano π . (0,9 puntos).

Problema 2.2. Sea π el plano de ecuación $\pi: 3x + 2y + 4z - 12 = 0$, se pide calcular razonadamente:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a π que distan 5 unidades de π . (1,2 puntos).
- Los tres puntos A , B y C , intersección del plano π con cada uno de los tres ejes coordenados. (0,6 puntos).

c) Los tres ángulos del triángulo ABC . (1,5 puntos).

Bloque 3. ANÁLISIS.

Problema 3.1. Se consideran las funciones reales $f(x) = 2x^2 + 12x - 6$ y $g(x) = (x - 2)(x^2 + 9)$. Se pide obtener razonadamente:

a) Las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función $\frac{f(x)}{g(x)}$ (1,6 puntos).

b) La función $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$ que cumple $H(3) = \frac{\pi}{3}$. (1,7 puntos).

Problema 3.2. Dada la función real $f(x) = \frac{8}{1+x^2}$, se pide calcular razonadamente:

a) Las derivadas primera y segunda de la función $f(x)$. (0,8 puntos).

b) Los puntos de inflexión de la curva $y = f(x)$. (1 punto).

c) La pendiente máxima de las rectas tangentes a la curva $y = f(x)$. (1,5 puntos).

Bloque 4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Problema 4.1. A las 7 de la mañana, una lancha A está situada a 150 km al este de otra lancha B . La lancha A navega hacia el oeste a una velocidad constante de 40 km/h y la lancha B se dirige hacia el norte a 30 km/h. Si se mantienen estos rumbos, averiguar razonadamente a qué hora estarán ambas lanchas a distancia mínima. (3,3 puntos).

Problema 4.2. Una lámina metálica rectangular se dilata uniformemente por calentamiento, aumentando su base y su altura 0,2 mm por minuto. Averiguar la velocidad de crecimiento de la diagonal de dicha lámina cuando la base y la altura de la lámina miden, respectivamente, 8 y 6 cm. (3,3 puntos).