

ANDALUCÍA · PAU 2018 · EXTRAORDINARIA · SUPLENTE

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$.

a) 1,25 puntos

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.

b) 1,25 puntos

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Siendo $a > 1$, considera el rectángulo de vértices $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(a, 1)$ y $D(a, 0)$. La gráfica de la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2}$ para $x \neq 0$ divide al rectángulo anterior en dos recintos.

a) 0,5 puntos

Haz un esbozo de la gráfica de f y del rectángulo descrito.

b) 2 puntos

Determina el valor de a para el que los dos recintos descritos tienen igual área.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula $\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{1+e^x} dx$ donde $\ln$ denota logaritmo neperiano (sugerencia $t = e^x$).

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) 1,5 puntos

Discute el sistema dado por $AX = mX$ según los valores del parámetro m .

b) 0,5 puntos

Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.

c) 0,5 puntos

Para $m = 3$ resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - z = m \\ my + 3z = 1 \\ 4x + y - mz = 5 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Discútelo según los valores del parámetro m .

b) 1 punto

Para $m = 1$ resuelve el sistema y encuentra, si es posible, una solución para la que sea $x = z$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se sabe que los puntos $A(-1, 2, 6)$ y $B(1, 4, -2)$ son simétricos respecto de un plano π .

a) 0,75 puntos

Calcula la distancia de A a π .

b) 1,75 puntos

Determina la ecuación general del plano π .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .

b) 0,75 puntos

Calcula la distancia entre las rectas dadas.