

ANDALUCÍA · PAU 2014 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 3

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln x} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función derivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Calcula a y b .

b) 0,75 puntos

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Determina una función derivable $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f(1) = -1$ y que

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el recinto limitado por las siguientes curvas

$$y = x^2, \quad y = 2 - x^2, \quad y = 4$$

a) 1 punto

Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas.

b) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se sabe que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ es -3 . Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a) 1 punto

$\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) 1,5 puntos

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix} \text{ y } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} + 2a_{31} & 5a_{31} \\ a_{12} & a_{22} + 2a_{32} & 5a_{32} \\ a_{13} & a_{23} + 2a_{33} & 5a_{33} \end{vmatrix}$$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) 0,5 puntos

Calcula A^{-1} .

b) 2 puntos

Halla la matriz X que verifica que $A^t X + B = I$, siendo I la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera los vectores $u = (1, -1, 3)$, $v = (1, 0, -1)$ y $w = (\lambda, 1, 0)$.

a) 0,75 puntos

Calcula los valores de λ que hacen que u y w sean ortogonales.

b) 0,75 puntos

Calcula los valores de λ que hacen que u, v y w sean linealmente independientes.

c) 1 punto

Para $\lambda = 1$ escribe el vector $r = (3, 0, 2)$ como combinación lineal de u, v y w .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea r la recta dada por $\frac{x+2}{2} = y + 1 = \frac{z-1}{-3}$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$

a) 1 punto

Estudia la posición relativa de r y s .

b) 1,5 puntos

Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s .