

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Sea el sistema de ecuaciones

$$S: \begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ 3x + 10y - z = 0 \\ x + 14y + \alpha z = 0 \end{cases}$$

donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- La solución del sistema S cuando $\alpha = 0$. (4 puntos).
- El valor de α para el que el sistema S tiene infinitas soluciones. (4 puntos).
- Todas las soluciones del sistema S cuando se da a α el valor obtenido en el apartado b). (2 puntos).

PROBLEMA A.2. En el espacio se tiene la recta

$$r: \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

y el plano $\pi: x + mz = 0$, donde m es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- El vector director de la recta r . (2 puntos).
- El valor de m para el que la recta r y el plano π son perpendiculares. (2 puntos).
- El valor de m para el que la recta r y el plano π son paralelos. (3 puntos).
- La distancia entre r y π cuando se da a m el valor obtenido en el apartado c). (3 puntos).

PROBLEMA A.3. Se definen las funciones f y g por $f(x) = -x^2 + 2x$ y $g(x) = x^2$.

Obtener **razonadamente**:

- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de esas dos funciones. (2 puntos).
- El máximo relativo de la función $f(x) = -x^2 + 2x$ y el mínimo relativo de $g(x) = x^2$. (2 puntos).

- c) Los puntos de intersección de las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$. (2 puntos).
- d) El área encerrada entre las curvas $y = -x^2 + 2x$ e $y = x^2$, donde en ambas curvas la x varía entre 0 y 1. (4 puntos).

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Se dan las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B, \text{ donde } B \text{ es una}$$

matriz de dos filas y dos columnas que no tiene ningún elemento nulo y que verifica la relación $B^2 = -7B + U$.

Obtener **razonadamente**:

- a) Los números reales a y b tales que $A^2 = aA + bU$. (4 puntos).
- b) Los números reales p y q tales que $B^{-1} = pB + qU$ (2 puntos), **justificando** que la matriz B tiene inversa (2 puntos).
- c) Obtener los valores de x e y para los que se verifica que $B^3 = xB + yU$ (2 puntos).

PROBLEMA B.2. En el espacio se dan los planos π , σ y τ de ecuaciones:

$$\pi: 2x - y + z = 3; \quad \sigma: x - y + z = 2; \quad \tau: 3x - y - az = b,$$

siendo a y b parámetros reales, y la recta r intersección de los planos π y σ .

Obtener **razonadamente**:

- a) Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta r . (3 puntos).
- b) La ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto (2,1,3). (4 puntos).
- c) Los valores de a y de b para que el plano τ contenga a la recta r , intersección de los planos π y σ . (3 puntos).

PROBLEMA B.3. Se desea construir un depósito cilíndrico de 100 m^3 de capacidad, abierto por la parte superior. Su base es un círculo en posición horizontal de radio x y la pared vertical del depósito es una superficie cilíndrica perpendicular a su base.

El precio del material de la base del depósito es 4 euros/ m^2 .

El precio del material de la pared vertical es 2 euros/ m^2 .

Obtener **razonadamente**:

- a) El área de la base en función de su radio x . (1 punto).
- b) El área de la pared vertical del cilindro en función de x . (2 puntos).
- c) La función $f(x)$ que da el coste del depósito. (2 puntos).
- d) El valor x del radio de la base para que el coste del depósito es mínimo y el valor de dicho coste mínimo. (5 puntos).

Tu Profe al Rescate