

ANDALUCÍA · PAU 2016 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) 1 punto

Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) 1,5 puntos

Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a, b, c sabiendo que la gráfica de f tiene tangente horizontal en el punto de abscisa $x = 1$ y un punto de inflexión en $(-1, 5)$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

De la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ae^x - bx$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ se sabe que su gráfica tiene tangente horizontal en $x = 0$ y que $\int_0^1 f(x)dx = e - \frac{3}{2}$. Halla los valores de a y b .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{3x(2m-x)}{m^3}$, con $m > 0$. Calcula el área del recinto encerrado por la gráfica de f y el eje OX .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

a) 1,75 puntos

Estudia, según los valores de λ , el rango de la matriz $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

b) 0,75 puntos

Resuelve el sistema dado por $(A - 2I) \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x + (\lambda + 1)y + z = 1 \\ \lambda y + z = 0 \\ \lambda y + \lambda z = \lambda \end{cases}$

a) 1 punto

Discútelo según los valores de λ .

b) 0,75 puntos

Resuélvelo para $\lambda = 0$.

c) 0,75 puntos

Determina, si existe, el valor de λ para el que hay una solución en la que $z = 2$. Calcula esa solución.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea r la recta dada por $\begin{cases} x + z = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$

a) 1,75 puntos

Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .

b) 0,75 puntos

Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1, 1, 0)$ y $B(2, 2, 1)$. Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:

a) 0,75 puntos

Halla unas ecuaciones paramétricas de r .

b) 1 punto

Calcula el área del triángulo ABC .

c) 0,75 puntos

Determina las coordenadas del punto D .