

Baremo:

Se elegirá el EJERCICIO A o el EJERCICIO B, del que sólo se harán TRES de los problemas propuestos. Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima indicada en cada apartado.

La suma de las puntuaciones de cada problema más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones con incógnitas x, y, z ,

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = 1 \end{cases}$$

se pide:

- Determinar razonadamente el valor de α para el cual el sistema es compatible (1,2 puntos).
- Para ese valor obtenido en a) de α , calcular el conjunto de soluciones del sistema (1,3 puntos).
- Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las tres ecuaciones del sistema, en función de los valores de α (0,8 puntos).

PROBLEMA 2. En el espacio se consideran:

La recta r intersección de dos planos de ecuaciones implícitas: $x + y - z = 5$ y $2x + y - 2z = 2$.

Y la recta s que pasa por los puntos $P = (3, 10, 5)$ y $Q = (5, 12, 6)$. Se pide:

- Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r (0,6 puntos) y de la recta s (0,4 puntos).
- Calcular el punto H intersección de r y s (0,6 puntos) y el ángulo α que determinan r y s (0,4 puntos).
- Calcular los puntos M y N de la recta r para los que el área de cada uno de los triángulos de vértices PQM y PQN es 3 unidades de área (1,3 puntos).

PROBLEMA 3.

- Dibujar razonadamente la gráfica de la función $g(x) = x^2 - 4$, cuando $-1 \leq x \leq 4$ (1,1 puntos).
- Obtener razonadamente los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x) = |x^2 - 4|$ en el intervalo $[-1, 4]$ (1,1 puntos).
- Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = f(x)$ y las rectas $x = -1$, $x = 4$ e $y = 0$ (1,1 puntos).

PROBLEMA 4. Una persona camina a la velocidad constante de 3m/s alejándose horizontalmente en línea recta desde la base de un farol cuyo foco luminoso está a 10 m de altura. Sabiendo que la persona mide 1,70 m, calcular:

- La longitud de la sombra cuando la persona está a 5 m de la base del farol (2 puntos).
- La velocidad de crecimiento de la sombra a los t segundos de comenzar a caminar (1,3 puntos).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ se pide

- Probar que la matriz T tiene matriz inversa, T^{-1} , y calcular dicha matriz inversa T^{-1} (1,3 puntos).
- Dada la ecuación con matriz incógnita B , $A = T^{-1} B T$, calcular el determinante de B (0,8 puntos).
- Obtener los elementos de la matriz B considerada en el apartado b) (1,2 puntos).

PROBLEMA 2. Dados los puntos $A = (4, -4, 9)$; $B = (2, 0, 5)$; $C = (4, 2, 6)$; $L = (1, 1, 4)$; $M = (0, 2, 3)$; y $N = (3, 0, 5)$, se pide:

- a) Calcular la distancia d del punto C al punto medio del segmento de extremos A, B (0,5 puntos) y el área S del triángulo de vértices A, B, C (1 punto).
- b) Calcular las ecuaciones implícitas del plano π que pasa por los puntos A, B, C (0,4 puntos) y del plano π' que pasa por los puntos L, M, N (1 punto).
- c) Calcular la ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos π y π' (0,6 puntos) y el ángulo α que determinan los planos π y π' (0,4 puntos)

PROBLEMA 3. Dada la función $f(x) = \ln x$ en el intervalo cerrado $[1, e]$, siendo $e = 2,718281\dots$:

- a) Razonar que existe un punto P de la gráfica $y = \ln x$ en el que la recta tangente a ella es paralela a la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0)$ y $B = (e, 1)$ (1 punto).
- b) Obtener el punto P considerado en a) (1,8 punto).
- c) Calcular la pendiente de la recta tangente a $y = \ln x$ en ese punto P (0,5 puntos).

PROBLEMA 4. El coste del marco de una ventana rectangular es 12,50 € por metro lineal de los lados verticales y 8 € por metro lineal de los lados horizontales.

- a) Calcular razonadamente las dimensiones que debe tener el marco de una ventana de 1 m^2 de superficie para que resulte lo más económico posible (2,3 puntos).
- b) Calcular, además el coste de ese marco más económico posible considerado en a) (1 punto).

Tu Prof te al Rescate