

MADRID · PAU 2015 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 8 \\ 2x + az = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase en función de los valores del parámetro a .

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la del tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser como poco cuatro toneladas diarias. Teniendo en cuenta que el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 1000 euros y el de una tonelada del tipo B de 2000 euros, ¿cuál es la producción diaria para que la fábrica cumpla con sus obligaciones con un coste mínimo? Calcúlese dicho coste diario mínimo.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Sabiendo que la derivada de una función real de variable real f es

$$f'(x) = 3x^2 + 2x$$

a) 1 punto

Calcúlese la expresión de $f(x)$ sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 4)$.

b) 1 punto

Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(1, 4)$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & k & 2 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Estúdiase el rango de A según los valores del parámetro real k .

b) 1 punto

Calcúlese, si existe, la matriz inversa de A para $k = 3$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las funciones reales de variable real

$$f(x) = x^2 - 6x \quad y \quad g(x) = x - 10$$

a) 1 punto

Representense gráficamente las funciones f y g .

b) 1 punto

Calcúlese el área del recinto plano acotado por las gráficas de las funciones f y g .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} & \text{si } x < 2 \\ 3x + m & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

a) 1 punto

Calcúlese el valor del parámetro real m para que la función f sea continua en $x = 2$.

b) 1 punto

Calcúlense $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

En una bolsa hay cuatro bolas rojas y una verde. Se extraen de forma consecutiva y sin reemplazamiento dos bolas. Calcúlese la probabilidad de que:

a) 1 punto

Las dos bolas sean del mismo color.

b) 1 punto

La primera bola haya sido verde si la segunda bola extraída es roja.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A \cap B) = 0,3$; $P(A \cap \overline{B}) = 0,2$ y $P(B) = 0,7$.
Calcúlese:

a) 1 punto

$$P(A \cup B)$$

b) 1 punto

$$P(B|\overline{A})$$

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El tiempo de reacción ante un obstáculo imprevisto de los conductores de automóviles de un país, en milisegundos (ms), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 250$ ms.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (701; 799), expresado en ms, para μ con un nivel del 95%. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ mediante la media muestral con un nivel de confianza del 80%.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

La duración de cierto componente electrónico, en horas (h), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 1000 h.

a) 1 punto

Se ha tomado una muestra aleatoria simple de esos componentes electrónicos de tamaño 81 y la media muestral de su duración ha sido $\bar{x} = 8000$ h. Calcúlese un intervalo de confianza al 99% para μ .

b) 1 punto

¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 7904 y 8296 horas para una muestra aleatoria simple de tamaño 100 si sabemos que $\mu = 8100$ h?