

Convocatoria extraordinaria de 2026

Resolución completa de los ejercicios obligatorios y optativos.

Ejercicio 1

La velocidad de cambio de la población está dada por $P'(t) = 20te^{-t/10}$ y al inicio hay $P(0) = 1000$ peces. Para recuperar la población a los diez años integramos la tasa de crecimiento:

$$P(10) = 1000 + 20 \int_0^{10} te^{-t/10} dt.$$

Por partes, una primitiva de $te^{-t/10}$ es $-10(t+10)e^{-t/10}$. Así,

$$P(10) = 1000 + 20 \left(100 - \frac{200}{e} \right) = \boxed{3000 - \frac{4000}{e} \approx 1528.48 \text{ peces}}.$$

Ejercicio 2

La función es $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Como $x = 0$ es un punto crítico, $f'(0) = b = 0$. La pendiente de la recta $y + 3x = 0$ es -3 . La tangente a f en $x = -1$ tiene pendiente

$$f'(-1) = 3 - 2a + b = 3 - 2a.$$

Al exigir que las rectas sean paralelas, $3 - 2a = -3$, de donde $a = 3$. Finalmente, $f(1) = 0$ implica $1 + a + b + c = 0$, así que $c = -4$. Por tanto,

$$\boxed{a = 3, \quad b = 0, \quad c = -4}.$$

Ejercicio 3.1

Sean v, c, p los precios semanales iniciales de verdura, carne y pescado. Las condiciones son

$$v + c + p = 115, \quad p = 2v.$$

El aumento semanal total fue de 19 euros, luego

$$0.12v + 0.15c + 0.20p = 19.$$

Sustituyendo $p = 2v$ y $c = 115 - 3v$:

$$0.12v + 0.15(115 - 3v) + 0.40v = 19 \implies v = 25.$$

Entonces $c = 40$ y $p = 50$. Aplicando los aumentos, en 2026 se pagan

$$\boxed{28 \text{ € en verdura, } 46 \text{ € en carne, } 60 \text{ € en pescado}}.$$

Ejercicio 3.2

Tomamos determinantes en $A^3XB^t = 5B^2A^{-1}$. Como A y B son matrices de orden 2, $\det(5C) = 5^2 \det C$. Además, $\det A = 2$ y $\det B = 4$. Por tanto,

$$(\det A)^3 \det X \det B = 25(\det B)^2(\det A)^{-1},$$

$$8 \cdot \det X \cdot 4 = 25 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} \implies \boxed{\det X = \frac{25}{4}}.$$

Para $A^3YB^{-1} = A^2$, multiplicamos por B a la derecha y por A^{-3} a la izquierda. Así, $Y = A^{-1}B$. Calculando

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},$$

resulta

$$\boxed{Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}.$$

Ejercicio 4.1

La recta tiene director $\vec{d} = (-2, 2, 2)$ y el plano tiene normal $\vec{n} = (1, -2, 1)$. Primero hallamos la intersección: al sustituir la recta en el plano queda $2 - 4\lambda = 0$, por lo que $\lambda = 1/2$ y el punto es $H = (-1, 0, 4)$.

La dirección de la recta pedida debe ser perpendicular a $\vec{d}$ y estar contenida en el plano, es decir, perpendicular también a $\vec{n}$. El producto vectorial $\vec{n} \times \vec{d} = (-6, -4, -2)$ proporciona esa dirección; podemos usar $(3, 2, 1)$. La recta, en forma paramétrica, es

$$\boxed{x = -1 + 3t, \quad y = 2t, \quad z = 4 + t, \quad t \in \mathbb{R}}.$$

Para reflejar $P = (1, 1, 1)$ en el plano $x - 2y + z - 3 = 0$, usamos su normal $\vec{n}$ y la fórmula

$$P' = P - 2 \frac{\vec{n} \cdot P - 3}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n}.$$

Aquí $\vec{n} \cdot P - 3 = -3$ y $\|\vec{n}\|^2 = 6$, así que

$$\boxed{P' = (2, -1, 2)}.$$

Ejercicio 4.2

Sean A, B, C los sucesos de que el coche proceda de cada máquina y D el suceso «defectuoso». La probabilidad total de defecto es

$$P(D) = 0.45(0.03) + 0.30(0.04) + 0.25(0.05) = 0.038.$$

Por tanto, $\boxed{P(D) = 3.8\%}$.

Para saber qué máquina es más probable dado que el coche es defectuoso, comparamos las probabilidades conjuntas y las dividimos por el mismo total:

$$P(A | D) = \frac{0.45(0.03)}{0.038} \approx 0.3553, \quad P(B | D) = \frac{0.30(0.04)}{0.038} \approx 0.3158, \quad P(C | D) = \frac{0.25(0.05)}{0.038} \approx 0.3289.$$

La mayor es $P(A | D)$; lo más probable es que lo haya fabricado $\boxed{\text{la máquina A}}$.