

ANDALUCÍA · PAU 2018 · ORDINARIA · RESERVA A

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX, un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:

a) 0,25 puntos

Halla la altura del rectángulo en función de a (ver la figura).

b) 1 punto

Halla la base del rectángulo en función de a .

c) 1,25 puntos

Encuentra el valor de a que hace máximo el área del rectángulo.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -x \cdot e^x(x-1)$ si $x \leq 0$; $x \cdot e^x(x-1)$ si $0 < x \leq 1$; $x \cdot e^x(1-x)$ si $1 < x$.

a) 1 punto

Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.

b) 1,5 puntos

Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f .

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{2-x}$.

a) 0,75 puntos

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

b) 0,5 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta $x + y = 3$.

c) 1,25 puntos

Calcula el área del recinto indicado.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : (-e/2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(2x + e)$, donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

a) 0,75 puntos

Haz un esbozo de la gráfica de f calculando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

b) 1,75 puntos

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y los ejes de coordenadas.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ y $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

a) 1,25 puntos

Discute el rango de A según los valores del parámetro λ .

b) 1,25 puntos

Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX = B$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las matrices $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$. Determina, si existe, la matriz X que verifica que $A^2X - BA + X = CD$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera el plano π de ecuación $x + 2y + z = 6$.

a) 1 punto

Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) 0,5 puntos

Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto a π .

c) 1 punto

Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera las rectas r y s dadas por $r \equiv x - 2 = y - 2 = z$ y $s \equiv \{x = 4 + t; y = 4 + t; z = mt\}$.

a) 1 punto

Determina m para que r y s sean paralelas.

b) 0,5 puntos

Halla, si existe, un valor de m para el que ambas rectas sean la misma.

c) 1 punto

Para $m = 1$, calcula la ecuación del plano que contiene a r y a s .