

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 4y + 5z = k - 2 \\ x + k^2 y + 3z = 2k \end{cases}$$
, donde k es un parámetro real.

- Discutir razonadamente el sistema según los valores de k . (4 puntos)
- Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, todas las soluciones del sistema cuando $k = -1$. (3 puntos)
- Resolver razonadamente el sistema cuando $k = 0$. (3 puntos)

PROBLEMA A.2. Se dan el punto $A = (-1, 0, 2)$ y las rectas

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2 \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a la recta r . (3 puntos)
- La ecuación del plano σ que pasa por el punto A y es perpendicular a la recta s . (3 puntos)
- Un vector dirección de la recta l intersección de los planos π y σ (2 puntos) y la distancia entre las rectas s y l . (2 puntos)

PROBLEMA A.3. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El valor de m para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ es continua en $x = 0$. (3 puntos)
- Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$. (3 puntos)
- La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$, (2 puntos) y el área limitada por la curva $y = (x+1)e^{2x}$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$. (2 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = (-1 \ 1 \ 3)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La matriz inversa A^{-1} de la matriz A . (3 puntos)
- La matriz X que es solución de la ecuación $A X = B C$. (4 puntos)
- El determinante de la matriz $2 M^3$, siendo M una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $1/2$. (3 puntos)

PROBLEMA B.2. Se da el triángulo T , cuyos vértices son $A = (1, 2, -2)$, $B = (0, -3, 1)$ y $C = (-1, 0, 0)$,

y los planos $\pi_1: x + y + z + 1 = 0$ y $\pi_2: \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa del plano π_1 y del plano que contiene al triángulo T . (4 puntos)
- Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al plano π_1 y un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al plano π_2 (1,5 puntos) y el coseno del ángulo formado por los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$. (1,5 puntos)
- Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 . (3 puntos)

PROBLEMA B.3. Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A = (0, 20)$, $B = (20, 0)$, $C = (80, 0)$, $D = (80, 80)$ y $E = (0, 80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P = (x, y)$ del segmento AB y se hacen dos cortes paralelos a los ejes X e Y . Así se obtiene un rectángulo cuyos vértices son los puntos $P = (x, y)$, $F = (80, y)$, $D = (80, 80)$ y $G = (x, 80)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El área del rectángulo R en función de x , cuando $0 \leq x \leq 20$. (3 puntos)
- El valor de x para el que el área del rectángulo R es máxima. (5 puntos)
- El valor del área máxima del rectángulo R . (2 puntos)