

MADRID · PAU 2018 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Compruébese que B es la matriz inversa de A.

b) 1 punto

Calcúlase la matriz X tal que $A \cdot X = B$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\left. \begin{array}{l} x + ay + z = 1 \\ ax + y + (a - 1)z = a \\ x + y + z = a + 1 \end{array} \right\}$$

a) 1 punto

Discútase en función de los valores del parámetro a.

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 3$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \leq 50, \quad 2x + y \leq 80, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

a) 1 punto

Representése la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Obtégase el valor máximo de la función $f(x, y) = 5x + 4y$ en la región S, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor máximo.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}.$$

a) 1 punto

Calcúlense el dominio y las asíntotas de $f(x)$.

b) 1 punto

Determinense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1} & \text{si } x \leq 2, \\ \frac{3x^2-2x}{x+2} & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

a) 1 punto

Estúdiense si $f(x)$ es continua en $x = 2$.

b) 1 punto

Calcúlese la función derivada de $f(x)$ para $x < 2$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x.$$

a) 1 punto

Calcúlese el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

b) 1 punto

Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

En una agencia de viajes se ha observado que el 75% de los clientes acude buscando un billete de transporte, el 80% buscando una reserva de hotel. Se ha observado además que el 65% busca las dos cosas. Elegido un cliente de dicha agencia al azar, calcúlese la probabilidad de que:

a) 1 punto

Acuda buscando un billete de transporte o una reserva de hotel.

b) 1 punto

Sabiendo que busca una reserva de hotel, también busque un billete de transporte.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

En una comunidad de vecinos en el 70% de los buzones aparece en primer lugar un nombre masculino y en el 30% restante un nombre femenino. En dicha comunidad, la probabilidad de que un hombre trabaje es de 0,8 y la probabilidad de que lo haga una mujer es 0,7. Se elige un buzón al azar, calcúlese la probabilidad de que el primer nombre en el buzón corresponda a:

a) 1 punto

Una persona que trabaja.

b) 1 punto

Un hombre, sabiendo que es de una persona que trabaja.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La empresa Dulce.SA produce sobres de azúcar cuyo peso en gramos se puede aproximar por una variable aleatoria X con distribución normal con media μ gramos y desviación típica $\sigma = 0,5$ gramos.

a) 1 punto

Determínese el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea como mucho de 0,25 gramos con un nivel de confianza del 95%.

b) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 25 sobres, la media muestral, $\bar{X}$, pese más de 12,25 gramos, sabiendo que $\mu = 12$ gramos.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El número de descargas por hora de cierta aplicación para móviles, se puede aproximar por una variable aleatoria de distribución normal de media μ descargas y desviación típica $\sigma = 20$ descargas.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de 40 horas, obteniéndose una media muestral de 99,5 descargas. Determínese un intervalo de confianza al 95% para μ .

b) 1 punto

Supóngase que $\mu = 100$ descargas. Calcúlese la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 horas, la media muestral, $\bar{X}$, esté entre 100 y 110 descargas.