

ANDALUCÍA · PAU 2011 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida. c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde. d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se considera el recinto R del plano, determinado por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \geq 2, \quad x + 3y \leq 15, \quad 3x - y \leq 15, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

a) 1,5 puntos

Represente gráficamente el recinto R y calcule sus vértices.

b) 0,5 puntos

Halle los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 3x + y$ en dicho recinto.

c) 0,5 puntos

Razone si existen puntos (x, y) del recinto, para los que $F(x, y) = 30$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) 1,25 puntos

Efectúe, si es posible, los siguientes productos:

$$A \cdot A^t; \quad A^t \cdot A; \quad A \cdot B$$

b) 1,25 puntos

Resuelva la siguiente ecuación matricial $A \cdot A^t \cdot X = B$

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,25 puntos

Halle el dominio, los puntos de corte con los ejes, y las asíntotas de la función

$$f(x) = \frac{4x}{2x + 1}$$

b) 1,25 puntos

Halle los intervalos de monotonía, los extremos relativos, los intervalos de curvatura y los puntos de inflexión de la función $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 - \frac{a}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) 1,5 puntos

Halle el valor de a para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de a .

b) 1 punto

Para $a = 1$, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿Y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

En un sistema de alarma, la probabilidad de que haya un incidente es 0,1. Si éste se produce, la probabilidad de que la alarma suene es 0,95. La probabilidad de que suene la alarma sin que haya incidente es de 0,03.

a) 1,5 puntos

¿Cuál es la probabilidad de que suene la alarma?

b) 1 punto

Si ha sonado la alarma, calcule la probabilidad de que no haya habido incidente.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = 0,4, \quad P(B) = 0,5 \quad \text{y} \quad P(A \cap B) = 0,2$$

a) 1,5 puntos

Calcule las siguientes probabilidades: $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ y $P(B/A^c)$.

b) 0,5 puntos

Razone si A y B son sucesos incompatibles.

c) 0,5 puntos

Razone si A y B son independientes.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Suponiendo que la variable "años de vida de los individuos de un país" sigue una distribución Normal con desviación típica 8,9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años. A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71,8 años.

a) 0,5 puntos

Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.

b) 1 punto

Determine la región crítica a un nivel de significación del 5%.

c) 1 punto

Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.

a) 1 punto

¿Cuál es la distribución de la media muestral?

b) 1,5 puntos

¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47,5 y 52,5?

Tu Profe al Rescate