

BAREMO DEL EXAMEN: El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos. Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PROBLEMA 1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x - y + z = m \\ x + y + 3z = 0 \\ 5x - 4y + mz = m \end{cases}$$
, donde m es un

parámetro real. Se pide:

- La discusión del sistema de ecuaciones en función del parámetro m . (4 puntos)
- La solución del sistema cuando $m = 1$. (3 puntos)
- Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 puntos)

PROBLEMA 2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi: x + my + z = 2$ que depende del parámetro real m . Se pide:

- La posición relativa de las rectas r y s . (4 puntos)
- El valor del parámetro m para que la recta r esté contenida en el plano π . (3 puntos)
- Los puntos A, B, C intersección del plano π con los ejes de coordenadas cuando $m = 2$, así como el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y $P(2, 2, 2)$. (3 puntos)

PROBLEMA 3. Se considera la función $f(x) = xe^{1-x^2}$, calculad:

- El dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos. (4 puntos)
- Las asíntotas y la gráfica de f . (3 puntos)
- La integral $\int f(x) dx$. (3 puntos)

Problema 4. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & a^2 - 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 2 \ 3)$. Obtened:

- El rango de la matriz A según los valores del parámetro a . (3 puntos)

b) Una matriz C tal que $AC = 16I$, siendo I la matriz identidad, cuando $a = 0$. (4 puntos)

c) El rango de la matriz B y la discusión de si el sistema $B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ -I \\ 2 \end{pmatrix}$ tiene solución. (3 puntos)

PROBLEMA 5. Dados los puntos $P(1, 1, 0)$, $Q(2, -1, 1)$ y $R(\alpha, 3, -1)$ se pide:

- La ecuación del plano que contiene a P , Q y R cuando $\alpha = 1$ y la distancia de dicho plano al origen de coordenadas. (3 puntos)
- La ecuación de la recta r que pasa por R cuando $\alpha = 1$ y es paralela a la recta s que pasa por P y Q . (4 puntos)
- Los valores de α para los cuales P , Q y R están alineados y la ecuación de la recta que los contiene. (3 puntos)

PROBLEMA 6. Queremos diseñar un campo de juego de modo que la parte central sea rectangular, y las partes laterales sean semicircunferencias hacia fuera. La superficie del campo mide $(4 + \pi)$ metros cuadrados. Se quieren pintar todas las rayas de dicho campo tal y como se observa en la figura. Se pide:

- Escribid la longitud total de las rayas del campo en función de la altura y del rectángulo. (5 puntos)
- Calculad las dimensiones del campo para que la pintura usada sea mínima. (5 puntos)

