ASTURIAS · PAU 2024 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Responda en el pliego en blanco a cuatro preguntas cualesquiera de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de 2.5 puntos. Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la anulación de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) v/o respondida(s)

Ejercicio 1

2,5 puntos

Una fábrica produce tazas, platos y teteras de cerámica. Por cada uno de estos productos se utiliza una cantidad fija de material, que se introduce en la máquina de la cual sale la pieza preparada para el embalaje. En cada taza la máquina utiliza 5 minutos, 4 en cada plato y 8 en cada tetera. El coste del material utilizado es 3 € cada taza, 4 € cada plato y 3 € cada tetera. Se hace un estudio de la producción durante 50 minutos y se calcula que el coste es de 26 €.

a) 0,75 puntos

Plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema y escríbelo matricialmente.

b) 1 punto

Suponiendo que en estos 50 minutos se fabricaron en total exactamente 8 piezas, calcula, si es posible, cuántas unidades se produjeron de cada tipo.

c) 0,75 puntos

Si se consigue rebajar el tiempo de elaboración de cada tetera de 8 a 5 minutos, ¿sería posible fabricar exactamente 10 piezas?

Ejercicio 2

2,5 puntos

Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & x \end{pmatrix}$, $B = (1 \quad 1 \quad 2)$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) 0,75 puntos

Decide de forma razonada si se pueden realizar las operaciones siguientes CAB y BAC. ¿Cuál sería la dimensión de la matriz resultante si pudiese realizarse?

b) 1,75 puntos

Calcula según los valores de x el rango de A. Para $x = 0$, comprueba que existe A^{-1} y calcúlala.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 3

2,5 puntos

Se considera la función $f(x) = \frac{x^2-4}{1-x}$.

a) 1 punto

Calcula el dominio de la función f y sus asíntotas.

b) 1 punto

Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) 0,5 puntos

Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f.

Ejercicio 4

2,5 puntos

Dada la función $f(x) = \text{sen}(\pi - 2x)$.

a) 1,25 puntos

Calcula una primitiva que pase por el punto $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$.

b) 1,25 puntos

Calcula el área limitada por f, el eje X y las rectas $x = -\frac{\pi}{4}$ y $x = \frac{\pi}{4}$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Se consideran los puntos $A = (0, -1, 1)$ y $B = (2, 1, 3)$ de $\mathbb{R}^3$.

a) 1,25 puntos

Encuentra la ecuación del plano π que cumple que los dos puntos son simétricos respecto a él.

b) 1,25 puntos

Encuentra la ecuación continua de la recta r perpendicular al plano $\pi' \equiv x + y + z = 3$ y que contiene al punto $Q = (1, 0, 1)$.

Ejercicio 6

2,5 puntos

Se consideran los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$, $C = (-1, 1, 3)$ y $D = (-1, 0, 1)$.

a) 0,75 puntos

Estudia si existe un plano que contenga a los cuatro puntos.

b) 0,75 puntos

Calcula la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano π que contiene a A, B y C.

c) 1 punto

Calcula el punto P intersección de r y π del apartado anterior.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 7

2,5 puntos

En un instituto el 55% de los estudiantes del curso 2023-2024 hacen el Bachillerato de la modalidad de Ciencias y Tecnología. El 30% de los estudiantes que cursan el Bachillerato de Ciencias y Tecnología cursan como optativa la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado' y de los que no hacen este Bachillerato, el 40% cursan esta asignatura como optativa.

a) 1,25 puntos

Tomado un estudiante al azar del total de matriculados en Bachillerato, ¿cuál es la probabilidad de que curse la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado'?

b) 1,25 puntos

Si un estudiante elegido al azar no cursa la asignatura 'Proyecto de Investigación Integrado', ¿cuál es la probabilidad de que curse el Bachillerato de Ciencias y Tecnología?

Ejercicio 8

2,5 puntos

En una comunidad autónoma se estudia la cantidad media de basura que se genera por habitante durante dos meses. Se observa que sigue una distribución normal de media 85 kg y desviación típica 15 kg.

a) 0,75 puntos

¿Qué porcentaje de población genera más de 90 kg cada dos meses?

b) 0,75 puntos

Si se toma una muestra de 10000 habitantes, ¿cuántos generan menos de 90 kg de basura?

c) 1 punto

Se hace una campaña de concienciación y se observa que, de las 10000 personas de la muestra, 5596 generan menos de 70 kg de basura. Suponiendo que se mantiene la desviación típica, ¿cuál es la nueva media? ¿Ha funcionado la campaña?

Tu Profe al Rescate