

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán 0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Rafa y Roger son dos tenistas que se ha enfrentado a lo largo de sus carreras profesionales en tres tipos de superficies: hierba, tierra batida y pista dura. El 10% de los partidos se jugaron en hierba y el 40% en tierra batida. Por otra parte, Rafa ganó el 25% de los partidos jugados en hierba, mientras que Roger ganó el 12'5% de los jugados en tierra batida y el 55% en pista dura. Se pide:

- 1.1 (0.75 puntos)** Entre todos sus enfrentamientos, ¿cuál es el porcentaje de partidos que ha ganado Roger?
- 1.2 (0.75 puntos)** Si un partido fue ganado por Rafa, ¿cuál es la probabilidad de que se jugara en pista dura?
- 1.3 (1 punto)** Si tomamos una muestra de 10 partidos jugados en pista dura, ¿cuál es la probabilidad de que Roger haya ganado 5 o 6 partidos?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

2.1 Mediante un proceso de mezclado continuo de tres tanques interconectados, una planta química produce tres compuestos, X, Y, Z, ligados a unos valores reales x , y , z , respectivamente, llamados pseudodensidades. Las pseudodensidades en los tanques deben estar en equilibrio para mantener la concentración deseada de los productos. Los ingenieros han establecido las siguientes condiciones de equilibrio:

- **Tanque 1:** La suma de la pseudodensidad x , mas el triple de la pseudodensidad y , más la pseudodensidad z ha de valer 5.
- **Tanque 2:** La suma de α veces la pseudodensidad x , mas el doble de la pseudodensidad z debe anularse, donde α es el factor catalizador.
- **Tanque 3:** La pseudodensidad z ha de ser α veces la pseudodensidad y .

Se pide:

- 2.1.1 (1.25 puntos)** Estudiar la existencia y el número de soluciones x, y, z (las posibles configuraciones de equilibrio) en función de los valores del factor catalizador α .
- 2.1.2 (1.25 puntos)** Cuando el factor catalizador satisface $\alpha \neq -1$, el proceso alcanza estados de equilibrios factibles. En este caso, calcular, si existen, los valores x, y, z , en función del valor α .
-

2.2 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -I \\ I & I \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y el vector $b = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

2.2.1 (1 punto) Resolver el sistema de ecuaciones: $Ax = Bx + b$.

2.2.2 (0.75 puntos) Hallar el valor de $\det(A^5 (2B)^{-I})$

2.2.3 (0.75 puntos) Calcular valores de α y β , si existen, que satisfacen $\alpha A + \beta B = I$, siendo I la matriz identidad.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

3.1 Se consideran los puntos del espacio $A(0, -1, 0)$ y $B(1, 0, 1)$ y el vector $v = (2, -1, 1)$. Se pide

3.1.1 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación del plano π que es perpendicular a v y pasa por A .

3.1.2 (0.75 puntos) Encontrar una ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por B .

3.1.3 (0.75 puntos) Encontrar el punto C del plano π que está más cerca de B .

3.1.4 (0.25 puntos) Calcular la distancia del punto B al plano π .

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + 3y - z = 0$ y los puntos $A(0, 0, 0)$, $B(10, 0, -20)$, $C(0, 15, -30)$ y $D = (1, 2, -1)$, se pide:

3.2.1 (0.5 puntos) Estudiar si el triángulo ABC está contenido en el plano π .

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular las coordenadas de la proyección del punto D sobre el plano formado por los puntos A, B y C .

3.2.3 (0.75 puntos) Calcular la distancia del punto D al plano π .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Un brote de gripe se propaga a lo largo de unos días. El coeficiente de gravedad de la gripe t días después de iniciarse el brote viene dado por una función $F(t)$ cuya derivada es $F'(t) = t^2 (10 - t)$. Se pide:

4.1.1 (1.25 puntos) Calcular la función $F(t)$ sabiendo que en $t = 0$ el coeficiente de gravedad es 6.

4.1.2 (1.25 puntos) Calcular cuántos días después de iniciarse el brote se alcanza el valor máximo del coeficiente y cuál es dicho número.

4.2 Un arquitecto está diseñando un pequeño invernadero para un jardín. El suelo del invernadero tiene forma de triángulo para maximizar la eficiencia y la captación de luz. El perímetro total del invernadero está fijado en 60 metros para cumplir con las restricciones medioambientales de la zona, uno de los lados del triángulo mide x metros y los otros dos lados tienen la misma longitud. Se pide:

4.2.1 (1 punto) Deducir la expresión de la función $A(x)$ que representa el área del suelo del invernadero.

4.2.2 (1.5 puntos) El arquitecto define una función de eficiencia estructural, $f(x)$, que se calcula como el cuadrado del área del suelo del invernadero. Obtener el valor de x para el que la eficiencia estructural es máxima y hallar el área en este caso.