

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos.

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Para cada terna de números reales (x, y, z) , se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & x & 1 \\ 1 & y & -1 \\ 2 & z & -1 \end{pmatrix}$$

- Calcular los determinantes de las matrices A y B . (1 punto)
- Para $x=y=z=1$, calcular el determinante de la matriz producto $A B$. (0,3 puntos).
- Obtener, razonadamente, para que valores de x, y, z , ninguna de las matrices A y B tiene inversa. (2 puntos).

PROBLEMA 2. Dados los puntos $A=(1,-2,3)$ y $B=(0,2,1)$, se pide:

- La ecuación paramétrica de la recta que pasa por ambos puntos. (1,1 puntos)
- La ecuación del plano π que está a igual distancia de A y de B . (1,1 puntos)
- La distancia al origen de la recta intersección del plano $2y-z=0$ con el plano π del apartado b). (1,1 puntos)

PROBLEMA 3. Las horas de estudio y las calificaciones en Matemáticas de siete alumnos han sido:

	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º
Horas de estudio	17	17,5	13	17	17,5	15	4
Matemáticas	8	9	6	7	8	6	2

- Halla el coeficiente de correlación entre las calificaciones en Matemáticas y las horas de estudio de esos alumnos. (0,5 puntos)
- Explica el significado del coeficiente de correlación. (1 punto)
- Explica razonadamente como se estima la calificación en Matemáticas que obtendría un alumno al estudiar 20 horas. (1,8 puntos)

PROBLEMA 4. Hallar el valor positivo de a para que $\int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{9}{2}$ (2 puntos).

Obtener, razonadamente, la integral que da el área de la superficie comprendida entre el eje OX , la curva $y=x+1$ y las rectas $x=0$ y $x=2$. (1,3 puntos)

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Para cada número real λ , $M(\lambda)$ es la matriz $M(\lambda) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{pmatrix}$ Se pide:

- Obtener el determinante de la matriz $M(\lambda)$, y justificar que para cualquier número real λ existe la matriz $M(\lambda)^{-1}$ inversa de $M(\lambda)$. (1,3 puntos).
- Calcular la matriz $M(0)^{-1}$ (1 punto)
- Si $A=M(8)$, $B=M(4)$ y $C=M(3)$, calcúlese, razonadamente el determinante de la matriz producto $A B^{-1} C^{-1}$. (1 punto)

PROBLEMA 2. a) Hallar la distancia del punto $P=(3,-1,4)$ a la recta r intersección de los planos: (1,8 puntos)

$$\pi_1: 2x + y - z + 5 = 0$$

$$\pi_2: 4x + 4y - z + 9 = 0$$

b) Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta r y el punto P . (1,5 puntos)

PROBLEMA 3. Considerar las funciones definidas para $x \geq 0$, $f(x) = \arcsen \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ y $g(x) = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Calcular $f'(x)$ y $g'(x)$ y expresarlas del modo más simplificado posible. (2 puntos)

Comparar los resultados y deducir justificadamente la diferencia entre $f(x)$ y $g(x)$. (1,3 puntos)

PROBLEMA 4. El 20% de los habitantes de una gran ciudad votan al partido político B. Se seleccionan al azar tres habitantes y se pide calcular razonadamente:

a) La probabilidad de que los tres voten al partido B. (1 punto)

b) La probabilidad de que ninguno vote al partido B. (1 punto)

c) La probabilidad de que solamente uno vote al partido B. (1,3 puntos)

Nota: El número de habitantes es tan grande que siempre se puede considerar que después de seleccionar uno dos o tres ciudadanos se tiene que un 20% de los no seleccionados son los que votan al partido B.

Tu Profete al Rescate