



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN**
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023–2024

MATEMÁTICAS II

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
 - c) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.
 - d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
 - e) Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
 - f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

- a) **[1 punto]** Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- b) **[1,5 puntos]** Estudia y halla los extremos relativos y absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Calcula a y b sabiendo que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a(\ln(1+x) - x) + b(e^x - 1) + 1 - \cos(x)}{\sin^2(x)} = 5$$

donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

BLOQUE B. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \int_0^x \cos(t) \sin^2(t) dt.$$

Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{4}$.

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 4e^x}}$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = \sqrt{1 + e^x}$).



BLOQUE C. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 + a \\ x + 2y - z = 1 - a \\ x + (1 + a)y - az = 0 \end{cases}$$

- a) **[1,5 puntos]** Calcula a para que el sistema sea compatible indeterminado.
b) **[1 punto]** Resuelve el sistema, si es posible, para $a = 0$.
-

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 2.

- a) **[1,5 puntos]** Sabiendo que A verifica la identidad $(A + aI)^2 = bI$, halla a y b .
b) **[1 punto]** Resuelve la ecuación $MX + M^2 = I$.
-

BLOQUE D. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z - 2$.

- a) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, el plano perpendicular a π que contiene a r .
b) **[1,25 puntos]** Calcula, si es posible, la recta perpendicular a r , contenida en π y que pasa por el origen.
-

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Considera los puntos $O(0, 0, 0)$, $A(a, -1, 2)$ y $B(a, 1, 0)$.

- a) **[1,5 puntos]** Determina a para que el triángulo OAB tenga área 3 unidades cuadradas.
b) **[1 punto]** Calcula a para que O , A y B sean coplanarios con el punto $C(1, 1, 0)$.
-