

BAREMO DEL EXAMEN: El alumno contestará solo CUATRO problemas entre los OCHO propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

Problema 1. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales que depende de un parámetro real m :

$$-x + y + z = m$$

$$2x + my - z = 3m$$

$$(m-1)x + 3y - z = 6 + m$$

Se pide:

- Discutir el sistema en función de los valores del parámetro m . (6 puntos)
- Para los valores de m para los que el sistema es compatible indeterminado, encontrar la solución. (4 puntos)

Problema 2. Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2m & m \\ 0 & m & 0 \\ m & 1 & m \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Se pide:}$$

- Estudiar el rango de A en función del parámetro real m . (3 puntos)
- Para $m = -1$, resolver la ecuación matricial $AX = B$. (4 puntos)
- Para $m = 0$, calcular A^5 . (3 puntos)

Problema 3. Se considera la recta

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-1} \text{ y el plano } \pi: 3x - my + z = 1.$$

Se pide:

- Determinar el valor del parámetro real m para que r y π sean paralelos. Obtener además los valores de m para los que el plano π contiene a la recta r . (4 puntos)
- Para los valores de m del apartado anterior, hallar un plano paralelo a π que contenga a la recta r . (3 puntos)
- Calcular en función de m , la distancia entre π y el punto $P(1, -1, -2)$. (3 puntos)

Problema 4. Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos en los puntos $P = (2,1,3)$ y $Q = (1,3,1)$ y los otros dos sobre una recta r que pasa por el punto $R = (4,7,6)$.

- Calcular la ecuación de la recta r . (2 puntos)
- Calcular la ecuación del plano que contiene al cuadrado. (3 puntos)
- Hallar las coordenadas de los otros dos vértices. (5 puntos)

Problema 5. Sea la función $f(x) = \frac{kx}{e^{2x}}$ donde k es un parámetro real. Se pide:

- Obtener el dominio y las asíntotas de $f(x)$. (3 puntos)
- Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y sus máximos y mínimos. (5 puntos)
- Justificar que la función siempre se anula en algún punto del intervalo $[-1, 1]$. (2 puntos)

Problema 6. Sea el rectángulo R definido por los puntos del plano $(-1,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ y $(-1, 1)$. Se consideran las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = a$, $0 < a < 1$, contenidas dentro de R . Obtener el valor de a que cumple que el área comprendida entre dichas gráficas es igual a un tercio del área de R . (10 puntos)

Problema 7. Una bolsa contiene dos monedas que llamamos M_1 y M_2 . La moneda M_1 es una moneda trucada que tiene impresa una cara en uno de sus lados y una cruz en el otro. La probabilidad de obtener cara con la moneda M_1 es de $0'6$. La moneda M_2 tiene una cara impresa en ambos lados.

- Escogemos una moneda al azar de la bolsa, la lanzamos, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Repetimos esta acción tres veces.
 - ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido tres caras? (3 puntos)
 - ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido exactamente una cruz? (3 puntos)
- Se elige al azar una moneda de la bolsa y se lanza dos veces observándose dos caras. Calcular la probabilidad de que la moneda seleccionada sea la moneda M_1 . Responder a la misma pregunta para la moneda M_2 . (4 puntos)

Problema 8. Un comercial de venta por teléfono sabe que en el 30% de sus llamadas no consigue una venta. Este comercial realiza 10 llamadas.

- Calcular la probabilidad de que consiga más de 7 ventas. (3 puntos)
- Calcular la probabilidad de que consiga al menos 5 ventas. (3 puntos)

- c) Calcular la probabilidad de que consiga un mínimo de 3 ventas y un máximo de 8 ventas. (4 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.

Tu Profe al Rescate