

ASTURIAS · PAU 2013 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. b) Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara. d) Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dado el sistema

$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ ax + 3y + z = 0 \\ 2x + ay + 2az = 2 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Estudie su compatibilidad según los valores del número real a .

b) 1 punto

Resuélvalo, si es posible, cuando $a = -2$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Escriba factorizado el polinomio $p(x) = \det(A - xI_3)$ donde I_3 es la matriz identidad de orden 3.

b) 0,5 puntos

Busque las raíces de $p(x)$.

c) 1 punto

Resuelva el sistema homogéneo con matriz $A - xI_3$ cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea s la recta que pasa por los puntos $A(1, 1, 0)$ y $B(0, 1, 0)$. Considere la recta $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$.

a) 0,75 puntos

Escriba unas ecuaciones cartesianas de la recta s .

b) 0,75 puntos

Dé la posición relativa de las rectas r y s .

c) 1 punto

Obtenga la distancia entre r y s .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere un movimiento en el espacio tal que a cada punto de coordenadas (a, b, c) lo mueve al punto de coordenadas $(a + b, a + b + c, a + b)$.

a) 1 punto

Busque el conjunto de puntos que se mueven al origen de coordenadas.

b) 1 punto

Dé una ecuación cartesiana del plano π que determinan los puntos del apartado a) y el punto $(1, 1, 1)$.

c) 0,5 puntos

Busque la distancia del origen de coordenadas al plano π .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Se considera la función real $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales. Encuentre los valores de a , b y c para los que las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos de abscisas $x = 2$ y $x = 4$ sean paralelas al eje OX, sabiendo además que el punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ está en el eje OX.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere la función real de variable real $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$

a) 1 punto

Calcule la ecuación de sus asíntotas, si existen.

b) 1,5 puntos

Estudie sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como las abscisas de sus extremos relativos, si los tiene, y clasifíquelos.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcule:

a) 1,25 puntos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$$

b) 1,25 puntos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin(x/2)}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$, donde $\ln(x)$ significa logaritmo neperiano de x .

a) 1,25 puntos

Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de $f(x)$ y la recta $y = 1$.

b) 1,25 puntos

Calcule el área del recinto anterior.

Tu Profe al Rescate