

MADRID · PAU 2013 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cinco ejercicios de los que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo. TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Calcúlese la matriz inversa de A .

b) 1 punto

Resuélvase la ecuación matricial $A \cdot X = B - I$, donde I es la matriz identidad.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro k :

$$\begin{cases} kx + y = 0 \\ x + ky - 2z = 1 \\ kx - 3y + kz = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase el sistema según los diferentes valores de k .

b) 1 punto

Resuélvase el sistema para $k = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x + 3y \geq 3 \\ 2x - y \leq 4 \\ 2x + y \leq 24 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Determinése el punto de C donde la función $f(x, y) = 3x + y$ alcanza su valor máximo. Calcúlese dicho valor.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(2x - 1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) 1 punto

Calcúlese a para que la función f sea continua en todo $\mathbb{R}$.

b) 1 punto

Representétese gráficamente la función para el caso $a = 3$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 9}$.

a) 1 punto

Hállense las asíntotas de f .

b) 1 punto

Dermínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.

a) 1 punto

Dermínense los extremos relativos de f .

b) 1 punto

Calcúlese la integral definida $\int_0^1 f(x) dx$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

En un avión de línea regular existe clase turista y clase preferente. La clase turista ocupa las dos terceras partes del pasaje y la clase preferente el resto. Se sabe que todos los pasajeros que viajan en la clase preferente saben hablar inglés y que el 40% de los pasajeros que viajan en clase turista no saben hablar inglés. Se elige un pasajero del avión al azar.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que el pasajero elegido sepa hablar inglés.

b) 1 punto

Si se observa que el pasajero elegido sabe hablar inglés, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en la clase turista?

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad de que:

a) 1 punto

El segundo caramelo sea de fresa.

b) 1 punto

El segundo caramelo sea del mismo sabor que el primero.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.

a) 1 punto

Se toma una muestra aleatoria simple de 400 usuarios y se obtiene una media muestral igual a 1,75 años. Determinése un intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio de renovación de un teléfono móvil.

b) 1 punto

Determinése el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual a 0,02 años con un nivel de confianza del 90%.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 210. Se toma una muestra aleatoria simple de 64 elementos.

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y μ sea mayor o igual que 22.

b) 1 punto

Determinése un intervalo de confianza del 99% para μ , si la media muestral es igual a 1532.