

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- (a) [1'5 puntos] Halla a y b sabiendo que f es derivable en $\mathbb{R}$.
- (b) [1 punto] Determina la recta tangente y la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- Dada la función $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$

- (a) [1 punto] Esboza la gráfica de g .
- (b) [1'5 puntos] Calcula $\int_0^2 g(x) dx$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= a - 1 \\ 2x + y + az &= a \\ x + ay + z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Discútelos según los valores del parámetro a .
- (b) [1 punto] Resuélvelo en el caso $a = 2$.

Ejercicio 4.- Sea la recta s dada por $\begin{cases} x - z = -1 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$

- (a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y que contiene a la recta r , dada por $x - 1 = -y + 2 = z - 3$
- (b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2 , de ecuación $x + y = 3$, y deduce la distancia entre ambos.

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todas las rectas del plano que pasan por el punto $(1, 2)$, encuentra aquella que forma con las partes positivas de los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Halla el área de dicho triángulo.

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = 2x + 2$$

- (a) [0'5 puntos] Esboza las gráficas de f y g .
- (b) [2 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

Ejercicio 3.- Sabemos que el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x - y + 3z & = & 1 \\ x + 2y - z & = & 2 \end{array} \right\}$$

tiene las mismas soluciones que el que resulta al añadirle la ecuación $ax + y + 7z = 7$

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de a .
- (b) [1'25 puntos] Calcula la solución del sistema inicial de dos ecuaciones, de manera que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a la unidad.

Ejercicio 4.- Dados los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 1, 2)$ y $C(1, -1, 1)$.

- (a) [1'5 puntos] Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.
- (b) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C .